

风浪超射现象的研究*

II. 动力学分析

文 凡

(青岛海洋大学物理海洋实验室 青岛 266003)

提要 以子波变换分析高频组成波周期信息并对超射现象进行动力学研究。高频波相位相互耦合,其能量变化以主频波周期为特征时间尺度。主频波对高频波有调制作用并可导致高频波的混沌运动。高频波在混沌海中破碎机会较多,始终不能积累较高的能量,其能量低于其作为主频波时具有的能量。

关键词 超射 子波变换 调制

学科分类号 P737.22

本文 I (文凡, 2000) 以子波变换分析风浪槽中随风时成长风浪超射现象。本文 II 将以子波变换分析风浪槽中风浪组成波周期信息, 通过一个简化的动力学模型说明主频波对高频波的调制作用, 并对超射现象做动力学分析。

1 实验资料分析

对信号 $\zeta(t)$ 进行子波变换结果为:

$$\begin{aligned} H(\tau, z) &= \frac{1}{\sqrt{z}} \int_{-\infty}^{\infty} g\left(\frac{t-\tau}{\sqrt{z}}\right) \zeta(t) dt \\ &= A(\tau, z) \exp[i\theta(\tau, z)] \end{aligned} \quad (1)$$

其中 A 为振幅; θ 为相位。

图 1 是对本文 I 风区 1 风浪资料在不同频率作子波变换后的相位信息。由下到上分别画为由主频到四倍频共 64 条子波变换的相位。由图 1 可清楚地看到, 不同周期组成波的相位是彼此耦合的。若非彼此耦合则相位为随机分布, 在一指定时刻, 对于不同的频率, 其灰度将表现出杂乱性, 而不是图 1 中显示的较规则结构。本研究对几组资料作了同样的分析, 结果相同。

对风区 1 达到稳定状态的风浪资料在三倍频处进行子波变换, 得到三倍频组成波振幅随时间变化图(图 2)。

对图 2 资料进行谱分析, 结果如图 3。图 3 是一个多峰谱, 主峰 A 对应的频率为 $1s^{-1}$, 恰好为该风区处稳定风浪的风浪谱峰频率; 峰 B 对应的频率为 $3s^{-1}$, 为三倍频。该多峰谱显示, 三倍频组成波以多种时间尺度发生能量变化。由于峰 A 的高度远大于其它峰, 三倍频组成波的能量变化主要以主频波周期为特征时间尺度。

* 国家自然科学基金资助项目, 49776285 号。文凡, 出生于 1968 年 9 月, 博士, 讲师, E-mail: scwen@qf-public.sd.cninfo.net

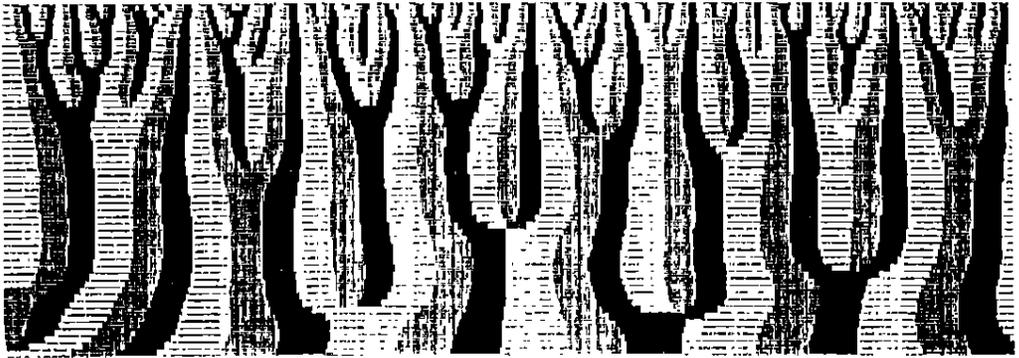


图 1 不同频率波相位耦合

Fig. 1 The phase coherence for different frequency waves

横轴为时间轴;纵轴为频率轴。由白至深黑色,对应相位为 $0-2\pi$

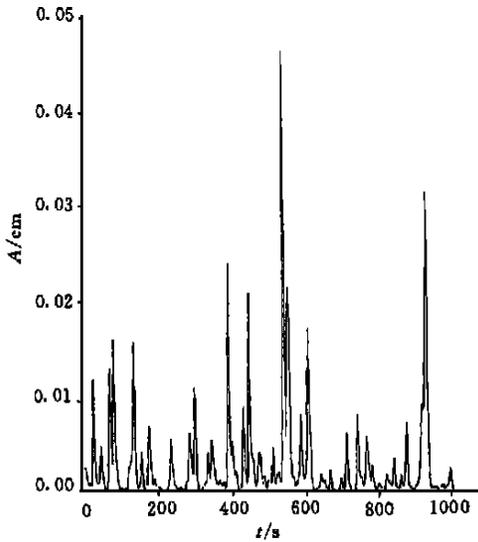


图 2 高频波处子波变换振幅图

Fig. 2 The energy variation for highfrequency waves

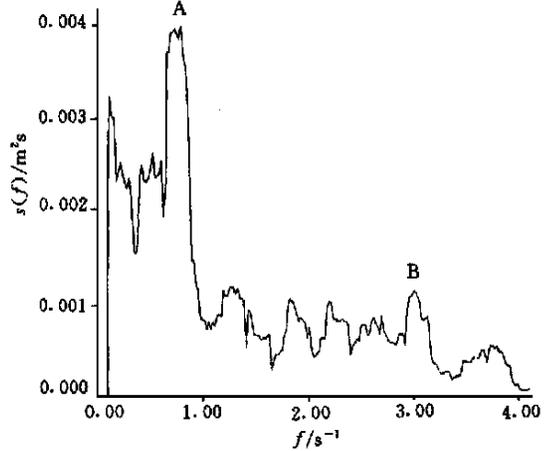


图 3 图 2 信号的谱

Fig. 3 The spectrum of the signal in fig. 2

不同频率组成波相位相互耦合,高频波能量变化以主频波周期为特征时间尺度。这表明,高频波在成长中可能受到主频波的调制作用。

沈正等(1994)以子波变换分析海上观测风浪资料结果表明,高频波相位与低频波耦合,其能量变化以低频波周期为特征时间尺度,高频波受低频波调制作用。

2 主频波对高频波的调制作用

上面的资料分析表明,高频波在成长中可能受主频波的调制作用。依波-波相互作用理论,风浪组成波间的相互作用主要发生于频率相近的组成波之间(Longuet-Higgins, 1976; Phillips, 1960)。低频波动对高频波动作用非常微弱,主频波对高频波不应有调制作用。

在波-波相互作用理论中,相互作用的每个组成波被假定为平面波(振幅不随时间变化)。但问题在于,当组成波间有能量交换,其振幅已不可能不随时间变化。下面通过一

个简化的动力学模式说明, 如果主频波对高频波作用微弱, 该微弱作用仍可显著影响高频波状态。

重力波可用哈密顿(Hamilton)函数描述(Lighthill, 1978)。对指定频率的高频波, 其哈密顿函数 H 可表为:

$$H = H_0(p, q) \quad (2)$$

式中, p, q 分别为系统动量、位置坐标。因考虑的运动是有限运动, 故可通过正则变换引入“作用-角度”变量 I, θ 。

自由高频波哈密顿函数为: $H = H_0(I)$ (3)

系统状态这时由 I, θ 描述, 系统能量只与 I 有关, 且有运动方程:

$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \theta} \\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial H}{\partial I} \end{cases} \quad (4)$$

主频波对高频波作用可视为扰动。当存在扰动, 高频波哈密顿函数可写为(Sagdeev, 1988; Zaslavsky, 1985):

$$H = H_0(I) + \varepsilon V(I, \theta, t) \quad (5)$$

式中, εV 为扰动项, V 是扰动势, ε 为一小参量。由主频波对高频波的扰动决定(波-波弱相互作用), 扰动愈大, ε 值愈大。 V 是关于 θ 的 2π 周期函数。由(5)式可得高频波受扰动后的运动方程:

$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = -\varepsilon \frac{\partial V}{\partial \theta} \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega(I) + \varepsilon \frac{\partial V}{\partial I} \end{cases} \quad (6)$$

其中, $\omega(I) = \frac{\partial H_0}{\partial I}$, 为运动的固有频率, 约等于三倍频。

系统频率 $d\theta/dt$ 不应与相位有关, 在(6)式的第二式中不应含 θ 。因此可认为 V 与 I 无关。(6)式简化为:

$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = -\mathcal{F}(t) \frac{\partial V}{\partial \theta} \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega(I) \end{cases} \quad (7)$$

$\omega(I)$ 的一种简化模式为(Sagdeev, 1988): $\omega(I) = \omega_0 + CI$ (8)

ω_0 约等于三倍频; C 为一大于零的小常数。

由于 V 是 θ 的 2π 周期函数, 可将其选为 $V = V_0 f(t) \cos \theta$ 。由此得运动方程:

$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = -\mathcal{F}(t) \sin \theta V_0 \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega_0 + CI \end{cases} \quad (9)$$

方程(9)为系统状态演变方程。在一定条件下该方程解为混沌解。系统状态可演变为混沌运动。

由于高频波能量变化以主频波周期为特征时间尺度,将上面扰动势中的时间项 $f(t)$ 假定为 $|\sin\Omega t|$, Ω 为主频波频率,代入(9)式得运动方程:

$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = V_0 \varepsilon |\sin\Omega t| \sin\theta \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega_0 + CI \end{cases} \quad (10)$$

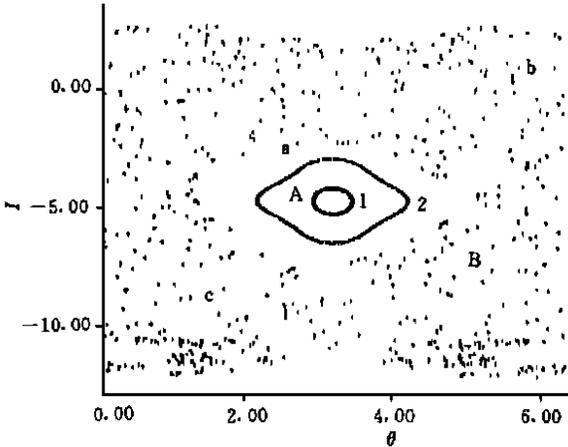


图 4 相空间中的“岛”和“海”

Fig. 4 The “island” and the “sea” in the phase space

变高频波运动状态。

高频波能量在达到第一个峰值后(能量最大超射点)下降,有趣的是此后其能量始终不能恢复至此峰值。下面将根据简化的动力学模型对该现象提出一种解释。

对指定频率的组成波,在其能量达到最大时,其频率等于该风区(风时)风浪谱峰频率,这时该组成波就是主频波自身。此后峰频率向低频方向推移,该组成波成为倍频波(通常称为高频波)。换言之,该组成波只是在能量超射发生之后才成为倍频波(在本文该组成波在整个超射过程中均被称为高频波),并受主频波的调制作用。

除受主频波调制外,高频波同时受风、波破碎的联合作用。若高频波的状态落入规则区 A,风对高频波的作用可使其状态偏离规则区,落入混沌海中某一点,譬如 a 点。系统一旦进入混沌海将作不规则运动,其状态可在短时间内跳至一能量极高点,譬如 b 点。这将导致波破碎,消耗大量能量,使系统达到能量较低状态。主频波对高频波扰动愈大(ε 愈大),图 4 中的规则区区域将愈小,混沌海将愈大,波破碎后高频波状态落入混沌海的机会将愈多。由于波破碎的因素,高频波在混沌海中始终不能较长时间维持较高的能量。因为若 c 点是一能量较高状态,并且高频波在此状态尚不发生破碎,但高频波在此状态可很快跳至一能量较高状态,并发生破碎。

在高频波能量发生超射阶段,高频波就是主频波自身,系统不受某种调制作用。如果高频波具有上述 c 状态的能量,该能量可以在相对较长的时间内维持,高频波可以有较高的平均能量。

由于波-波相互作用,主频波能量转移至更低频组成波,主频波频率向低频方向推

移, 被考察的组成波不再是主频波角色, 同时该组成波开始受主频波调制。该组成波在混沌海中破碎机会较多, 始终不能积累较高的能量, 其平均能量低于其作为主频波时(能量超射时)所具有的能量。

应当说明, 当只存在主频波对高频波的扰动, 系统为保守动力学系统; 当存在风, 系统已非保守系统。本文讨论简化的动力学模型, 风的作用在于改变高频波在相空间中状态。波破碎后若高频波状态落入规则运动区, 风可将其“推”入混沌海。

3 结语

本文以子波变换分析风浪槽中风浪组成波周期信息, 结果表明, 风浪高频组成波能量变化以主频波周期为特征时间尺度, 高频波在成长中可能受主频波调制作用。通过简化的动力学模型说明主频波的扰动可显著影响高频波状态, 并对超射现象提出一种解释。

参 考 文 献

- 文 凡, 2000. 风浪超射现象的研究 I. 实验分析. 海洋与湖沼, 31(5): 562—567
- 沈 正, 梅丽明, 王 伟, 1994. 实测风浪频谱的易变性. 海洋学报, 16(2): 1—12
- Lighthill J, 1978. *Waves in fluid*. London: Cambridge University Press, 1—325
- Longuet-Higgins M S, 1976. On the nonlinear transfer of energy in the peak of a gravity-wave spectrum: a simplified model. *Proc Roy Soc A*, 347: 311—328
- Phillips O M, 1960. On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude, Part I. *J Fluid Mech*, 9: 193—217
- Sagdeev R Z, Usikov D A, Zaslavsky G M, 1988. *Nonlinear physics, from the pendulum to turbulence and chaos*. New York: Harwood Academic Publishers, 1—675
- Zaslavsky G M, 1985. *Chaos in dynamic system*. London, Paris, New York: Harwood Academic Publishers, 1—429

A STUDY ON OVERSHOOT PHENOMENA IN WIND WAVES II. DYNAMIC ANALYSIS

WEN Fan

(*Laboratory of Physical Oceanography, Ocean University of Qingdao, Qingdao, 266003*)

Abstract A study is made on the overshoot phenomena in wind waves. The time scale of the energy variation of high frequency waves were analyzed using wavelet transform. The phases of waves with different frequencies were found to be coherent. High frequency wave components were modulated by , peak frequency wave. A dynamical model was constructed describing the modulation. The high frequency waves may fall into the “chaos sea” in response to the existing wind and the modulation. In chaos sea high frequency waves break frequently and cannot accumulate energy. At overshoot stage the frequency of the component is very close to the peak frequency of the spectrum. There is no chaos sea, at overshoot stage and the energy can be accumulated.

Key words Overshoot Wavelet transform Modulation

Subject classification number P731.22