

多维耦合振动复合压电振子的设计*

王清池

(厦门大学海洋系 厦门 361005)

提要 运用表观弹性法,采用二次径向谐振频率计算表观弹性模量,设计高度与直径可比拟,谐振频率不满足压电晶片和金属圆片最低径向谐振频率方程的多维耦合振动复合压电振子。用本方法设计垂直探鱼仪的换能器和提高优质单胞藻饲料多不饱和脂肪酸含量的超声辐射仪换能器。计算结果表明,理论值与实验值相符合。这种方法简单、方便,适用于压电晶片的径向谐振频率低于换能器谐振频率的多维耦合振动复合压电振子的设计。

关键词 复合压电振子 多维耦合振动 表观弹性模量 谐振频率

学科分类号 P175

复合压电振子的多维耦合振动,多年来一直是人们感兴趣的重要研究课题。日本 Mori 等(1977)最早提出处理各向同性实心圆柱耦合振动的基频表观弹性法。80年代初期,任树初(1983a, 1983b)对这个理论问题进行深入研究。两位学者均是在假设复合振子的谐振频率应满足组成复合振子的压电晶片和金属圆片的最低径向谐振频率方程条件下进行研究。本文在此基础上,研究复合振子的谐振频率不满足上述假设条件时,探讨二次径向谐波表观弹性法,设计多维耦合振动复合压电振子。

1 换能器的计算模型

换能器是采用对称复合压电振子,计算模型如图1所示。它的中间部分是轴向极化的压电陶瓷圆片,两侧胶粘两块同半径同厚度的金属圆片。振子的总高度为 $L(m)$,半径为 $a(m)$,高度与直径的尺寸可以比拟。设计这样尺寸比的振子没有简单的公式可以引用,只能用数值近似方法,假如有限元法用计算机进行计算,这对工程估算而言很不方便。如果采用表观弹性法计算就简便多了,而且在精度上是完全可以满足要求的。

2 理论推导与计算

2.1 表观弹性模量

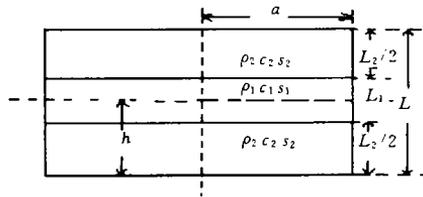


图1 对称复合压电振子示意图

Fig.1 Sketch showing the symmetric composite piezoelectric vibrator

$\rho_1(kg/m^3)$ 、 $c_1(m/s)$ 、 $s_1(m^2)$ 、 $L_1(m)$ 为压电晶片的密度、声速、面积、厚度; $\rho_2(kg/m^3)$ 、 $c_2(m/s)$ 、 $s_2(m^2)$ 、 $L_2(m)$ 为金属圆片的密度、声速、面积、厚度; $L(m)$ 为换能器总高度; $a(m)$ 为半径; $h(m) = L/2$ (虚线为作图辅助线)

* 福建省自然科学基金资助项目, C97006号。王清池,男,出生于1941年10月,硕士导师,副教授, Fax:0086-0592-2184657

收稿日期: 1997-12-23, 收修改稿日期: 1998-06-23

由任树初(1983b)对复合压电振子多维耦合振动的研究可知,金属圆片和轴向极化压电圆片的表现弹性模量,径向振动频率方程分别如下:

轴向表现弹性模量:

$$\text{金属圆片} \quad E_z^S = \left[\frac{1}{E} \left(1 + \frac{2\nu}{n_1} \right) \right]^{-1} \quad (1)$$

$$\text{压电陶瓷圆片} \quad E_z = \left[S_{33}^E \left(1 + \frac{2\nu_{31}}{n_2} \right) \right]^{-1} \quad (2)$$

径向表现弹性模量:

$$\text{金属圆片} \quad E_\gamma^S = \left\{ \frac{1}{E} [(1 - \nu^2) + \nu(1 + \nu)n_1] \right\}^{-1} \quad (3)$$

$$\text{压电陶瓷圆片} \quad E_\gamma = \{ S_{11}^E [(1 - \nu_{12}^2) + \nu_{13}(1 + \nu_{12})n_2] \}^{-1} \quad (4)$$

$$\text{径向振动频率均满足频率方程: } kaJ_0(ka) = (1 - \nu) J_1(ka) \quad (5)$$

式(1)~(4)中, $E(\text{N/m}^2)$ 和 ν 分别为金属圆片的杨氏模量和泊松比, $S_y^E(\text{m}^2/\text{N})$ 为压电陶瓷的顺性常数, $\nu_{12} = -\frac{S_{12}^E}{S_{11}^E}$, $\nu_{13} = -\frac{S_{13}^E}{S_{11}^E}$, $\nu_{31} = -\frac{S_{13}^E}{S_{33}^E}$; n_1, n_2 为金属圆片和压电圆片的耦合参数。

式(5)中, J_0, J_1 为零阶和一阶贝塞尔函数; $k = \omega_0 \sqrt{\rho/E}$, $E, \rho(\text{kg/m}^3)$ 、 a 为杨氏模量、材料密度和半径, ω_0 为角频率, ν 为泊松比。计算时可分别以金属及压电陶瓷的有关值代入。

对基频而言,设方程(5)的第一个根为 R_1^S (金属)、 R_1 (压电陶瓷)。分别将金属圆片和压电陶瓷的参数代入方程(3)、(4)、(5), 求出 n_1, n_2 的表达式, 再代入方程(1)、(2)即可得出所要求的基频轴向表现弹性杨氏模量:

$$\text{金属圆片} \quad E_z^S = \left\{ \frac{1}{E} \left[1 + \frac{2\nu^2(1 + \nu)}{(R_1^S)^3 / (a^2 \omega_0^2 \rho_2 / E) - (1 - \nu^2)} \right] \right\}^{-1} \quad (6)$$

$$\text{压电陶瓷} \quad E_z = \left\{ S_{33}^E \left[1 + \frac{2\nu_{13}\nu_{31}(1 + \nu_{12})}{(R_1)^2 / (a^2 \omega_0^2 \rho_1 S_{11}^E) - (1 - \nu_{12}^2)} \right] \right\}^{-1} \quad (7)$$

由(6)、(7)两式可看出,表现弹性模量是材料特性参数、频率、尺寸的函数。

2.2 理论计算

组成复合振子的压电陶瓷和金属钢片的材料参数如下:

钢 $\rho_2 = 7.8 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, $E = 21 \times 10^{10} \text{N/m}^2$, $\nu = 0.29$

压电陶瓷 PZT-4 $\rho_1 = 7.5 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, $S_{11}^E = 12.3 \times 10^{-12} \text{m}^2/\text{N}$,

$S_{33}^E = 15.5 \times 10^{-12} \text{m}^2/\text{N}$, $S_{12}^E = -4.05 \times 10^{-12} \text{m}^2/\text{N}$, $S_{13}^E = -5.31 \times 10^{-12} \text{m}^2/\text{N}$, 算

出 $\nu_{12} = -\frac{S_{12}^E}{S_{11}^E} = 0.33$, $\nu_{13} = -\frac{S_{13}^E}{S_{11}^E} = 0.43$, $\nu_{31} = -\frac{S_{13}^E}{S_{33}^E} = 0.34$ 。

根据方程(5), 当 $\nu = 0.29$ 时, $R_1^S = 2.04$ 。 $\nu_{12} = 0.33$ 时, $R_1 = 2.07$ 将以上材料参数代入方程(6)、(7)得出:

$R_1^S = 2.04$ 时, 钢的轴向基频表观弹性模量

$$E_z^S = \frac{21 \times 10^{10}(2.8410 - 0.9159f^2a^2)}{2.8410 - 0.6989f^2a^2} \quad (8)$$

$R_1 = 2.07$ 时, 压电陶瓷轴向基频表观弹性模量

$$E_z = \frac{6.45 \times 10^{10}(1.1781 - 0.8911f^2a^2)}{1.1781 - 0.5022f^2a^2} \quad (9)$$

式中, f 单位为 kHz, a 为 m。

研制换能器的压电陶瓷圆片外径为 $\phi = 60\text{mm}$, 径向振动的基频谐振频率为 38kHz 左右, 而复合振子的谐振频率要求为 50kHz 和 40kHz, 即压电晶片的径向基频谐振频率低于复合振子的谐振频率。此时, 不满足任树初(1983b)的假定: 复合振子的谐振频率应满足同样半径的金属圆片和压电晶片的最低径向谐振频率所满足的方程。因此, 若用 50kHz 和 40kHz 代入(8)式, 求出的压电陶瓷轴向表观杨氏模量 $E_z(50\text{kHz}) = -115.32 \times 10^{10}$ (N/m^2), $E_z(40\text{kHz}) = -1.49 \times 10^{10}$ (N/m^2) 为负数, 这是没有物理意义的。因此, 采用二次谐波法求解压电陶瓷的轴向表观弹性模量。此时方程(7)变为

$$E_z = \left\{ S_{33}^E \left[1 + \frac{2\nu_{13}\nu_{31}(1 + \nu_{12})}{(R_2)^2 / (a^2\omega_0\rho_1 S_{11}^E) - (1 - \nu_{12}^2)} \right] \right\}^{-1} \quad (10)$$

由方程 $kaJ_0(ka) = (1 - \nu_{12})J_1(ka)$ 求出对应二次谐波的第二个根 $R_2 = 5.40$ 代入方程(10), 得出满足二次谐波的压电陶瓷轴向表观弹性模量

$$E_z = \frac{6.45 \times 10^{10}(8.0145 - 0.8911f^2a^2)}{8.0145 - 0.5022f^2a^2} \quad (11)$$

以本文设计的两个换能器 $f = 50\text{kHz}$ 及 $f = 40\text{kHz}$ 代入(8)、(11)式, 求出钢片的轴向表观弹性模量 $E_z^S(50\text{kHz}) = 12.92 \times 10^{10}\text{N/m}^2$, $E_z^S(40\text{kHz}) = 17.42 \times 10^{10}\text{N/m}^2$ 。压电陶瓷的轴向表观弹性模量 $E_z(50\text{kHz}) = 5.63 \times 10^{10}\text{N/m}^2$, $E_z(40\text{kHz}) = 5.95 \times 10^{10}\text{N/m}^2$ 。由 c_1

$= \sqrt{\frac{E_z}{\rho_1}}$ 求出组成复合振子的压电陶瓷圆片轴向声速 $c_1(50\text{kHz}) = 2740\text{m/s}$, $c_1(40\text{kHz})$

$= 2817\text{m/s}$ 。由 $c_2 = \sqrt{\frac{E_z^S}{\rho_2}}$ 求出钢片的轴向声速, $c_2(50\text{kHz}) = 4070\text{m/s}$, $c_2(40\text{kHz})$

$= 4729\text{m/s}$ 。计算表明, 由于径向振动与轴向振动相耦合, 材料的声速减少。

2.3 复合振子频率常数 fa 与高度半径比 h/a 的关系

$$\text{复合振子的纵向振动应满足方程: } \text{tg}(K_1 L_1/2) \text{tg}(K_2 L_2/2) = \frac{\rho_1 c_1 s_1}{\rho_2 c_2 s_2} \quad (12)$$

式中参量见图 1, $s_1 = s_2$; $K_1 = \omega_0 \sqrt{\rho_1/E_z^S}$; $K_2 = \omega_0 \sqrt{\rho_2/E_z^S}$, 为计算机计算方便, 作变换 $y_0 =$

$$\frac{L_1}{L_1 + L_2}, \quad L_1/2 = y_0 h, \quad L_2/2 = (1 - y_0)h, \quad \text{则 } \text{tg}(K_1 y_0 h) \text{tg}[K_2(1 - y_0)h] = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} \text{ 将 } c_1 = \sqrt{\frac{E_z}{\rho_1}},$$

50kHz, 则 $fa = 1.5\text{kHzm}$ 。由表 1 查得 $h/a = 0.57$, 所以 $h = 1.71\text{cm}$, 钢片的厚度 $L_2/2 = 1.46\text{cm}$ 。实际制作中取 $L_2/2 = 1.4\text{cm}$ 。粘合后的复合振子在空气中测得谐振频率为 49.5kHz(图 2 的 Δ 点所示)。由此可见, 实验结果与理论值十分吻合。

4 结论

4.1 在设计纵向振动复合振子时, 如果圆片的直径远小于换能器的总长度, 通常选用换能器辐射面的直径小于声波在介质中传播的波长的四分之一, 可忽略径向耦合振动的影响(林仲茂, 1987), 从解轴向一维方程出发, 由一维纵向振动频率方程来确定。

4.2 复合压电振子的高度与直径的尺寸可比拟时, 由于泊松效应, 纵向振动模式与径向振动模式产生耦合, 得不到单纯的厚度振动模式, 设计这样尺寸比的复合振子没有简单的公式可用。若复合振子的谐振频率满足组成振子的压电圆片和金属圆片的最低径向谐振频率方程, 可采用任树初(1983b)提出的基频表观弹性法进行设计。

4.3 当复合压电振子的高度与直径的尺寸可比拟, 而组成复合振子的压电晶片的径向谐振频率低于复合振子的谐振频率, 不符合任树初先生提出的假设条件时, 可采用本文研究的二次径向谐振频率计算表观弹性模量, 设计多维耦合振动复合压电振子。

参 考 文 献

- 任树初, 1983a. 压电振子的多维耦合振动(I)——纯压电振子. 声学学报, 8(3): 147—158
 任树初, 1983b. 压电振子的多维耦合振动(II)——复合压电振子. 声学学报, 8(5): 272—279
 林仲茂, 1987. 超声变幅杆的原理和设计. 北京: 科学出版社, 241—242
 Mori E, Itoh K, Imamura A, 1977. Analysis of a Short Column Vibrator by Apparent Elasticity Method and its Application. Ultrasonics International 1977 Conference Proceeding, Guildford, Surrey. England: IPC Science & Technology, Press Limited, 262

DESIGN OF A COMPOSITE PIEZOELECTRIC VIBRATOR WITH MULTIDIMENSIONAL COUPLED VIBRATIONS

WANG Qing-chi

(Department Oceanography, Xiamen University, Xiamen, 361005)

Abstract If the sizes of the height and the diameter of a composite piezoelectric vibrator are comparable, then the vibrator can be designed using the method of base frequency apparent elasticity when its resonant frequency conforms to the lowest radial resonant frequency equation of the piezoelectric wafer and metal disc. When the resonant frequency does not conform to that equation, it can be designed with a quadratic radial resonant frequency by the method of apparent elasticity.

After the deduction of the piezoelectric wafer axial apparent elasticity module of quadratic resonance

wave, $E_z = \frac{6.45 \times 10^{10}(8.0145 - 0.8911f^2a^2)}{8.0145 - 0.5022f^2a^2}$, a theoretical curve of the frequency constant (fa) and

the ratio of height to radius (h/a) of the composite piezoelectric vibrator can be obtained, in combination with the longitudinal vibration frequency equation of the composite piezoelectric vibrator,

$$\operatorname{tg}(K_1 L_1 / 2) \operatorname{tg}(K_2 L_2 / 2) = \frac{\rho_1 c_1 s_1}{\rho_2 c_2 s_2}. \text{ This method has been used in designing the transducers of vertical}$$

fish finder and an ultrasonic radiator applied to studies on the enhancement of the content of multiple-unsaturated fatty acids in qualified single-celled alga fed with ultrasonic radiation techniques. The calculation results show that the theoretical value is consistent with experimental data. The method is simple, convenient and applicable to the design of the composite piezoelectric vibrator with multidimensional coupled vibrations, if the radial resonant frequency of the piezoelectric wafer is lower than the resonant frequency of the transducer.

Key words Composite piezoelectric vibrator Multidimensional coupled vibrations Apparent elastic modules Resonant frequency

Subject classification number P715

欢迎订阅《中国水产科学》

本刊是季刊,大16开,每期128页,季末出版,国内外公开发售。国内定价14元/期,全年56元/期(含邮费)。本刊邮发代号:18-250,国内统一刊号:CN11-3021/S,国际标准刊号:ISSN1005-8737,国外代号4639Q。全国各地邮局办理订阅手续(可破季订阅)。漏订或补订当年和过期期刊,请直接向编辑部订阅,地址:北京市丰台区青塔村150号,邮政编码:100039,联系电话:010-68673921。

《中国水产科学》是中国水产科学研究院主办的国家级学术期刊,1996年正式编入《中国学术期刊(光盘版)》,1998年加入“CinaInfo(中国信息)网络资源系统《电子期刊》”1999年加入“中国期刊网”。本刊主要刊载水产资源、海淡水捕捞、水产养殖与增殖、水产品保鲜与加工、渔业水域环境保护、渔船、渔业机械与仪器及渔业基础研究的学术论文、研究简报、综述和学术动态等文稿。它的主要服务对象是水产科学研究、教学、科技管理人员以及大专院校师生。是反映水产科研成果的窗口和培养人才的园地。它面向水产业,为水产业的持续发展和水产经济建设服务。