# 两参量的海面阻力系数模式的探讨\*

## 汪 炳 祥

(青岛海洋大学物理海洋研究所,青岛 266003)

**提要** 从风浪的能量平衡方程出发,引进若干风要素与波要素以及波要素之间的定性关系,经演算可导出海面阻力系数( $C_p$ )或是风速(U)和波龄( $\beta$ )或是U和波高(H)的函数,然后沿用最小二乘法,终将得出4组12个回归方程。当 $\beta$ .(或 $\overline{D}$ )或 $H_s$ 为某一给定值,惟有U为唯一参量时,所提各式均可简化为非线性方程: $C_p = a + b \cdot U + c \cdot U^2$ ;式中a, b和c为三个经验系数。就所检验的例子而言,本文的结果与实际的符合较前人的为好。

关键词 海面阻力系数 波龄 波高

海 - 气交界面上、下两层流体均强烈地感受着彼此的通量与运动的影响,从而构成 一互动的复杂系统;其间的物理量的变化受该系统内多种因子的制约,例如,海面阻力 系数(*C*<sub>p</sub>)(汪炳祥,1987 a)等。

若就 C<sub>D</sub> 受制于两参量而言,则有:风速(U)和水 - 气温差;U 和水 - 气虚位温差;空气动力学粗糙长度和大气稳定度参量;U 和波龄(β)(汪炳祥,1987a)以及 U 和 有效波高(H<sub>s</sub>)(Blake,1991)等5种模式。本文对最后两种模式作进一步的探讨。因为 比如,Hsu 公式(1986)和 Blake (1991)的结论存在着一定的缺陷。

本文从风浪的能量平衡方程出发,借助若干风要素与波要素以及波要素间的定性关系分别导出  $C_p = F(U^p + \beta^q) \approx C_p = f(U^x + H_s^q)$ ,其中, p, q,  $x \approx y$  是待定系数;依 各种大气状态下的实测资料,沿用最小二乘法,终将得出相关的回归方程。

## 1 模式的提出与确立

风通过其施于水面的力将能量输给水面而生浪,浪又因内外因素而消耗之。若于二 维波动中取一由水面伸至几无波动处的铅直水柱,则水柱内的能量变化为:

$$\frac{dE}{dt} = R_I - R_D \tag{1}$$

式中, *E* 为水面单位面积的水柱内的能量; *R*<sub>1</sub>和 *R*<sub>p</sub>分别为单位时间该水柱内摄取与消 耗的能量。

计算风浪的能量摄取与消耗的途径有多种(文圣常等, 1984)。本文仅依 Neumann 提出的将切应力与压力变化结合起来计算风输给浪的能量传递率:

$$R_{I} = C_{D} \cdot \rho_{a} \cdot U^{2} \cdot C \tag{2}$$

和因涡动所致的能量消耗率:

<sup>\*</sup>国家自然科学基金资助项目,48770274号。汪炳祥,男,出生于1929年3月,教授。 收稿日期:1993年10月7日,接受日期:1996年5月28日。

$$R_{\rm D} = 2\pi^2 \cdot \mathbf{g} \cdot \boldsymbol{\mu}_{\rm t} \cdot \delta^2 \tag{3}$$

式(2)和(3)中, $\rho_a$ 是空气密度; C 和 $\delta$ 分别是波的相速和波陡; $\mu_i$ 为动力涡粘系数; g 为重力加速度。

综合汪炳祥(1964)、余广明(1979)和文圣常等(1984)的工作,讨论动力涡粘系数的 途径大致可归纳为三:一是基于量纲分析;二是半理论半经验;三则是湍流理论。研究 它的方法虽有不同,但大部分结果都是波要素的函数,故可取:

$$\mu \propto H^j \cdot C^k \tag{4}$$

据文献(汪炳祥, 1987b、1990; Wang, 1990; Blake, 1991), 可分别取:

$$H \propto U^{T}$$
 (5)

$$\delta \propto \beta^m$$
 (6)

$$T \propto H^n$$
 (7)

$$C = \frac{gT}{2\pi} \tag{8}$$

$$T_{\rm a} = 1.05 T_{\rm s} = 1.05 \times 1.15 \overline{T}$$
 (9)

若风浪达充分成长,将式(4) — (6)代入式(1),经演算,则得 $C_{p} = F(U^{p} + \beta^{q})$ 

在导出式(10)的相同条件下,将式(4) — (8)代入式(1),经运算与简化,可得:  $C_{D} = f(U^{x} \cdot H^{x}_{s})$  (11)

在式(4) — (9) 中,  $T_s$ ,  $T_p$ ,  $\overline{T}$  和 T 分别是有效波周期、谱峰周期、平均周期和单个 波周期;  $C_s$ ,  $C_p$ ,  $\overline{C}$  和 C 分别对应于  $T_s$ ,  $T_p$ ,  $\overline{T}$  和 T 的相速; H 为单个波的波高。

在式(10)和(11)中,  $p=j \cdot l+k-3$ , q=2m+k-l和 x=j+n(2m-l),  $y=k \cdot l \cdot n-2(l+m)$ 。

于此,须对式(8)作些说明。式(8)是深水波的结果,是否适用于本文的讨论范 畴? 汪炳祥等(1996)曾用相对误差  $\Delta = (C - C_d) / C_d (C_d)$ 为浅水波的相速) 对此问题进行 过探讨; 就确定待定系数的资料而言,最大的  $\Delta$  为 3.37 × 10<sup>-2</sup>。由于其值是如此之小, 故选之参与计算,既简便又不致造成大的误差。又,式(8) 虽是单频率波的线性结果, 但在讨论海 – 气相互作用中, Hsu (1986), Donelan 等(1993) 和 Monbaliu(1994) 曾先后 假定  $C_s - T_s$ ,  $C_p - T_p$  与 $\overline{C} - \overline{T}$  均遵从之。这些关系也将为本文所沿用。

在式(4)—(7)中的乘幂的一般取值范围分别为 1— 3, -3— 1, 1.5— 2.5, -1— 0 和 0.5; 这些数字自动地显出各式中两物理量间的关系是非线性的。比如,若将式(6)改写 成  $\delta \cdot \beta = A\beta^{m+1}$ ,则就如同侯一筠等(1993)的结果那样,只是自变量不同而已。于是,有 理由预期,由上述数字的组合结果必然反映在  $C_b$  的表达式为非线性的。

现在的问题是如何分别基于式(10)和(11)来建立  $C_D$ 的表达式。

为满足式(1)的要求,故以风浪判据(汪炳祥等,1990)对资料(汪炳祥等,1996)进行量度,发现只要将 $\beta$ .>40的数组摈弃,就可达目的。经如此处理后,尚有205组数据。为阐明大气稳定度对风浪上  $C_D$ 的影响,故以  $TV(=[(T_{10}-T_x)/U^2] \times 100; T_{10} n T_x$ 分别指离海面10m 高处的气温(℃)和表层水的水温(℃))作为划分大气状态的判据(汪炳

(10)

祥等, 1992), 将数据分为中性(-1.076≤TV≤0.666), TV≥0 与 TV<0 三类, 相应的 组数为76,85 与120。各类数据经一定处理(汪炳祥等,1992)后,依最小二乘法,可得 如下回归方程。 -1.076 < TV < 0.666 (大气处于中性平衡状态):  $C_{D} = 0.985 + 1.024$  · P - 0.072 ·  $P^{2}$ , r = 0.957, rms = 0.142,  $0.28 \le P \le 2.41$  $(12)^{0}$  $C_D = 1.234 + 0.011 \cdot Q + 4.053 \times 10^{-4} \cdot Q^2$ , r = 0.897, rms = 0.190,  $9.24 \le Q \le 52.84$ (13) $C_{p} = 1.083 + 0.023$  ·  $S - 8.756 \times 10^{-5}$  ·  $S^{2}$ , r = 0.934, rms = 0.168,  $9.22 \le S \le 159.44$ (14) $TV \ge 0$  $C_{D} = 1.027 + 0.930$  · P - 0.034 ·  $P^{2}$ , r = 0.942, rms = 0.158,  $0.19 \le P \le 2.41$ (15) $C_D = 1.224 + 0.010$   $Q + 4.343 \times 10^{-4}$   $Q^2$ , r = 0.932, rms = 0.151,  $6.27 \le Q \le 52.85$ (16) $C_{D} = 1.288 + 0.011$  ·  $S - 1.928 \times 10^{-5}$  ·  $S^{2}$ , r = 0.855, rms = 0.247,  $2.44 \le S \le 159.44$ (17)TV < 0 $C_p = 0.836 + 1.633$  · P - 0.595 ·  $P^2$ , r = 0.934, rms = 0.109,  $0.14 \le P \le 1.15$ (18) $C_D = 0.693 + 0.074$   $Q - 1.281 \times 10^{-3}$   $Q^2$ , r = 0.895, rms = 0.123,  $6.09 \le Q \le 32.79$ (19)  $C_{p} = 1.083 + 0.030$  ·  $S - 2.995 \times 10^{-4}$  ·  $S^{2}$ , r = 0.733, rms = 0.185,  $0.76 \le S \le 55.31$ (20)*TV*≥0+*TV*<0(一般大气):  $C_{p} = 0.972 + 1.035$  · P - 0.076 ·  $P^{2}$ , r = 0.943, rms = 0.130,  $0.14 \le P \le 2.41$ (21) $C_D = 1.060 + 0.023$  ·  $Q + 2.094 \times 10^{-4}$  ·  $Q^2$ , r = 0.910, rms = 0.142,  $6.09 \le Q \le 52.85$ (22) $C_{p} = 1.223 + 0.015$  ·  $S - 4.092 \times 10^{-5}$  ·  $S^{2}$ , r = 0.831, rms = 0.211,  $0.76 \le S \le 159.44$ (23)在式(12) — (23) 中,  $P = U \mid \beta_*; \beta_* = C_P \mid u_*; Q = U \mid \overline{\beta}; \overline{\beta} = \overline{C} \mid U; S = H_* \cdot U; r$ 和 rms 分别为相关系数和均方差; u, 为空气的摩擦速度。

为以后比较之需, 兹列出 Hsu 公式(1986):

$$C_{D} = \left[ \frac{12.6491}{\ln\left(2.5148 \cdot 10^{3} \cdot \beta_{s}^{2}\right) - 2 \cdot \ln U} \right]^{2}$$
(24)

式中,  $\beta_s = C_s / u_*$ 和 Garratt (1977) 公式:

$$C_p = 0.067U + 0.75 \tag{25}$$

最后, 将式(12) - (23) 归纳为一般式:

$$C_{D_{k}} = a_{k} + b_{k} \cdot R_{k} + C_{k} \cdot R_{k}$$
,  $j = 1, 2, 3, 4; k = 1, 2, 3$  (26)  
式中,  $R_{1} = P$ ,  $R_{2} = Q$ ,  $R_{3} = S$ ;  $a_{11} = 0.985$ ,  $a_{21} = 1.027$ ,  $a_{31} = 0.836$  和  $a_{41} = 0.972$ ; 其余各  
系数均可仿此——对应给出。有关的物理量与数值见表 1。

2 比较与验证

式(12) — (23)显示, C<sub>D</sub>或是 U 与 β 或是 U 与 H<sub>s</sub>的函数; C<sub>D</sub>随 U 和 H<sub>s</sub>增大而随 β 减小。引用两个大气处于中性平衡状态和一个一般大气的个例来检验这些规律并从中与前人的结果比较。

首先取 Geernaert 等(1987)的图 1 来检验式(12)和(24),进而两式自动地得到比较。

1) 除图 1 — 图 4外, 文中 C<sub>p</sub> 和 U 分别代表 10<sup>3</sup> · C<sub>p</sub> 和 U<sub>10</sub>, 后者为离海面 10m 高处的风速 (m /s)。

#### 表1 与方程(26)有关的物理量与数值

Tab.1 Physical quantities and numberical values related to eq. (26)

大气状况	k -	a <sub>jk</sub>	К b <sub>jk</sub>	数 c <sub>,k</sub>	相关系数 (r)	均方差 (rms)	<i>R</i> <sub>*</sub> 的范围	公式	数据 组数	资料来源
中性 <i>j</i> =1	1 2 3	0.985 1.234 1.083	1.024 0.011 0.023	-0.072 4.053 × 10 <sup>-4</sup> $-8.756 × 10^{-5}$	0.957 0.897 0.934	0.142 0.190 0.168	0.28 — 2.41 9.24 — 52.84 9.22 — 159.44	(12) (13) (14)	76	汪炳祥等 (1996)
$TV \ge 0$ j=2	1 2 3	1.027 1.224 1.288	0.930 0.010 0.011	-0.034 $4.343 \times 10^{-4}$ $-1.928 \times 10^{-5}$	0. <b>942</b> 0.932 0.855	0.158 0.151 0.247	0.19 — 2.41 6.27 — 52.85 2.44 — 159.44	(15) (16) (17)	85	
<i>TV</i> <0 <i>j</i> =3	1 2 3	0.836 0.693 1.083	1.633 0.074 0.030	-0.595 $-1.281 \times 10^{-3}$ $-2.995 \times 10^{-4}$	0.934 0.895 0.733	0.109 0.123 0.185	$\begin{array}{r} 0.14 - 1.15 \\ 6.09 - 32.79 \\ 0.76 - 55.31 \end{array}$	(18) (19) (20)	120	
— 般 j=4	1 2 3	0.972 1.060 1.223	1.035 0.023 0.015	-0.076 2.094 × 10 <sup>-4</sup> $-4.092 × 10^{-5}$	0.943 \ 0.910 0.831	0.130 0.142 0.211	$\begin{array}{r} 0.14 - 2.41 \\ 6.09 - 52.85 \\ 0.76 - 159.44 \end{array}$	(21) (22) (23)	205	

图 1 中的数据点"<sup>o</sup>"是在 U=3.81 - 24.43m /s、大气状态为 $-0.1 \le Z / L \le 0.1$ (中性; Z / L为 Monin-Obukhov 稳定度参量)下测得的。我们取 U的极值的整数即 25和 3m /s 付诸式(12)和(24)中进行计算,并绘出两组相应曲线  $A_i$ 和  $B_i$ (i=1, 2)。数据点高于  $A_2$ 和低于  $B_2$ 的分别为 4 点和 2 点。据数点在  $B_1$ 线下的有 4 点。在此个例,Hsu 公式较本文的为好,但在个例 2 和 3 中,我们会看到,它显得较本文提出的为差。图 1曲线显示,Geernaert 等(1987)和汪炳祥等(1996)的曲线分别是 Hsu 和本文的一特例。其次,将在汪炳祥(1993)图 5基础上添加基于式(25)的曲线作为本文图 2 以进行大气处于中性状态下第 2 次比较与检验的个例。

从图 2 中曲线可看出: A<sub>3</sub> 远离现有曲线,而 B<sub>3</sub> 几穿越于它们之间,将曲线 1 和 4 置 于其下; A<sub>4</sub> 与 B<sub>4</sub> 则较好地位于现有曲线的上下侧,除 U < 15m /s 部分外。如同图 1, 图 2 中曲线也隐示着前人结果分别是式(12)和(24)之一特殊情况。对此,将于下面以实 例阐明之。

Hsu(1986) 曾认为 Garratt(1977) 的线性公式(25) 是式(24) 的一特例,即当风浪达充 分成长时( $\beta_s$ =29) 的近似式,如图 3 所示。

取  $\beta_s$ =15.5 代人式(12),得到的曲线则位于 Hsu(1986)和 Garratt (1977)的曲线之间,显得较前者接近后者。于此应予指出,Hsu 公式仅适用于  $\beta_s \leq 30.45$ ,因为当  $\beta_s \in$ 于或大于该值时,浪已达充分成长了;据分析(汪炳祥等,1996),不论大气状况如何,



(引自 Geernaert et al., 1987)

它对应于高风速(23.5 - 26m / s)。由此可知,式(24)的应用范围的限制性是较强的。

第4个比较与验证的资料系引自 Blake (1991) 中的图 7; 在此图上添加曲线 A 和 B (这两条线是取 H<sub>3</sub>=7.5m 和 0.5m 代入式(23) 计算而得的) 从而构成本文中的图 4。图 4 中曲线 T 系依上述的 205 组数据求得的方程:

 $C_D = 1.328 + 0.072$  ·  $H_s + 0.017$  ·  $H_s^2$ , r = 0.857, rms = 0.176,  $0.11 \le H_s \le 7.08$  (26) 的计算结果。

图 4 中曲线 1—4 和以  $H_s$  值 为标志的曲线簇分别在 7 < U < 13m /s 和 12 < U < 19m /s 先后穿过 B线;上述两组曲线分别在 U < 13m /s 和 U < 19m /s 的部分 均位于曲线 B之下。图 4 中标有  $H_s$ 值的曲线簇示出: $C_p$ 随  $H_s$ 减弱而增强,而曲线 A 与 B 的态势则与之相反。据以下的论述,我们认为本文的结果是较合理的:(1)图 4 中 左上侧插图内曲线 T 示出  $C_p$ 随  $H_s$  而增大;(2) Smith (1980) 曾对长风区、有限风区、 沿岸风、向岸风和离岸风等 5 种情况进行分析,得出  $C_p$ 与  $H_s$ 的关系均呈正相关;(3) Janssen 等(1987) 曾指出,无维波高( $gH_s / U^2$ )正比于  $C_{pi}$  (4)上面业已提及,Blake (1991) 依 Smith (1980) 的资料,得出: 当 U 为给定值, $C_p$ 反比于  $H_s$ 。我们据同一资料,从中对三个及其以上相同的 U值,即:U = 19.40(I), 17.60(I), 17.00(II),





在一般大气下各种海面阻力系数 的比较图

Fig.4 Comparison plot between the drag coefficient curves under general atmospheric conditions

1. Donelan (1982); 2. Geernaert 等 (1987);

3. Smith (1980); 4. Large 等 (1981);

5. WAMDI (Hasselmann et al., 1988),

曲线 A 和 B 是取 H = 7.5 和 0.5m 分别代人 式(23) 而得的。引自 Blake (1991)。

14.60(Ⅳ), 13.90(V), 13.80(Ⅵ), 13.60(Ⅵ), 11.40(Ⅶ)和10.20(Ⅳ)m/s等9 组进行整理,发现: Ⅱ 和Ⅲ 支持 Blake 的论点; Ⅰ, Ⅳ, Ⅵ和 Ⅳ 则与之相悖,即  $C_{0} \propto H_{s}$ , 而V,  $\Pi$ 和 $\Pi$ 却无规律可言。由此可知, Blake 的论点的依据是勉强的。

最后应予着重指出,若就式(12),(15),(18),(21),(13),(16),(19),(22)和 (14), (17), (20), (23)分别进行计算, 不难发现: 不论是  $C_{D} = P(U | \beta)$  还是  $C_{D} =$  $Q(U | \overline{\beta})$ 或是  $C_{D} = S(U \cdot H_{c})$ ,都显出( $TV \ge 0$ )的  $C_{D} \ge$  中性大气的  $C_{D} > (TV < 0)$ 的  $C_{D}$ , 以及一般大气的  $C_p$ 位于( $TV \ge 0$ )的  $C_p$ 与中性大气的  $C_p$ 之间。值得注意的是,大气处 于TV<0时的Co为所论的4种大气状态中的最小者。这些性质,如同汪炳祥等 (1996) 指出的那样,对研究与预报风浪、风海流、风暴潮和海-气相互作用等都有重 要意义。

#### 3 结语

3.1 本文从风浪的能量平衡方程出发,引用若干风要素与波要素以及波要素之间的定 性关系,导出海面阻力系数或是 $U = \beta$ 或是U = H的函数。

将所收集的数据,按大气状态分为三类,然后沿用最小二乘法,终将得出4组回 3.2 归方程。若 $\beta$ 或H,为常值,则所提方程便简化为 $C_n = a + bU + cU^2$ ; a, b和 c为经验常 数。

3.3 就所检验的例子而言,表明所提方程的结果与实测资料的符合较前人公式的为好。

不论是从确定待定系数所用的资料(既有海湾又有湖泊还有大洋,且容量达 205 数 3.4

组之多) 还是从数据覆盖范围(*U*=3.30 — 24.43m /s, β.=9.6 — 40.0, *H*<sub>s</sub>=0.10 — 7.08m, *C*<sub>b</sub>=0.45 — 3.85 和平均频率 *f*=0.0834 — 0.6684Hz) 来说,都较具广泛性,故有理由预期,所提方程的适用面将会较广,是否如此,有待今后广泛而系统的检验才可定论。

### 参考文献

- 文圣常、余宙文, 1984, 海浪理论与计算原理, 科学出版社(北京), 435-438。
- 余广明, 1979, 科学通报, 5: 225-229。
- 汪炳祥, 1964, 海洋与湖沼, 6(1): 23 37。
- 汪炳祥, 1987a, 海洋通报、6(4): 87-88。
- 汪炳祥, 1987b, 黄渤海海洋, 5(4): 1-7。
- 汪炳祥, 1990, 青岛海洋大学学报, 20(3): 1-10。
- 汪炳祥、常瑞芳、王一飞、1990、黄渤海海洋,8(1):16-24。
- 汪炳祥、钱成春, 1992, 海洋通报, 11(5): 22-23。
- 汪炳祥、王丽娜, 1992, 青岛海洋大学学报, 22 (2): 13-26。
- 汪炳祥, 1993, 青岛海洋大学学报, 23(4): 15 22。
- 汪炳祥、陈伯海, 1996、海洋学报, 18(1): 99 106。
- 侯一筠、王 涛, 1993, 海洋与湖沼, 24(2): 126 131。
- Blake, R. A., 1991, J. Geophys. Res., 96 (C11): 20 531 20 545.
- Donelan, M. A. et al., 1993, J. Phys. Oceanogr., 23: 2143-2149.
- Garratt, J. G., 1977, J. Geophys. Res., 105: 915-926.
- Geernaert, G. L. et al., 1987, J. Geophys. Res., 92 (C12): 13 127 13 139.
- Hsu, S. A., 1986, J. Phys. Oceanogr., 16, 144-150.
- Janssen, P. A. E. M. et al., 1987, Bound. Layer Meteor., 38: 29-35.
- Monbaliu, J., 1994, Bound. Layer Meteor., 67: 277 291.
- Smith, S. D., 1980, J. Phys. Oceanogr., 10: 709 726.
- Wang Bingxiang, 1990, Physics of Shallow Seas, ed. by Wang Huatong et al., China Ocean Press(Beijing), pp. 219 227.

## INVESTIGATION ON MODELS OF BI-PARAMETERIC DRAG COEFFICIENTS OF SEA SURFACE

Wang Bingxiang

(Institute of Physical Oceanography, Ocean University of Qingdao, Qingdao 266003)

Abstract On the basic of the energy balance equation for wind waves, into the equation the relationships between wind parameters and wave parameters, and between wave parameters are introduced, and then it are derived that the drag coefficient of sea surface is a function of either the wind speed and wave height or the wind speed and wave age  $(\beta, \text{ or } \overline{\beta})$ . The method of least squares is in turn used for determining expressions of the function, at last its general regressive equation is obtained as follows:

$$C_{Dk} = a_{ik} + b_{jk} \cdot R_k + c_{ik} \cdot R_k^2 \tag{26}$$

where j=1, 2, 3, 4; k=1, 2, 3;  $R_1 = U_{10} / \beta_s$ ;  $\beta_* = C_p / u_s$ ;  $R_2 = U_{10} / \overline{\beta}$ ;  $\overline{\beta} = \overline{C} / U_{10}$ ;  $R_3 = H_s \cdot U_{10}$ ;  $a_{jk}$ ,  $b_{jk}$  and  $C_{jk}$  are empirical coefficients changing with atmospheric stability parameter,  $TV(=[(T_{10} - T_*) / U_{10}^2] \times 10^2)$ ;  $U_{10}$  and  $T_{10}$  are the wind speed (m/s) and air temperature (°C) at a height 10m above mean sea level, respectively;  $u_*$  is the friction velocity (m/s) of air;  $T_*$  is the surface layer temperature (°C);  $C_p$  is the phase speed (m/s) of waves of the spectral peak. Physical quantities and numberical values related to equation (26) are listed in Table 1.

The wave age or the wave height being certain magnitude given, only the wind speed is left as a variable in the equation (26) there by reduced it to a nonlinear equation:  $C_{Djk} = a'_{jk} + b'_{jk} \cdot U_{10} + C'_{jk} \cdot U_{10}^2$ , where  $a'_{jk}$ ,  $b'_{jk}$  and  $c'_{jk}$  are three empirical coefficients.

So far as the cases examined are concerned, the results obtained from the equation (26) have been compared with the practical observations, and better accordance has been achieved than those given by the forerunner's formulas.

Key words Drag coefficient of sea surface Wave age Wave height