

# 双峰海浪频谱的一种表示<sup>\*</sup>

管长龙 张大错

关世义<sup>†</sup>

(青岛海洋大学物理海洋研究所, 青岛 266003)

<sup>†</sup>(航天工业总公司三院三部, 北京 100074)

**提要** 采用低频分谱和高频分谱叠加的思想, 提出了双峰海浪频谱的一种表示。所用的分谱形式为以便于确定的物理量为参数的 Neumann 型谱形。给出了由实测双峰谱的特征量确定分谱参数的合理途径, 解释了以往双峰谱表示中高频部分过高估计的原因并予以解决, 最后应用于胶州湾和南海西沙海域的实测谱。

**关键词** 海浪 双峰谱

混合浪是指海面上同时存在着风浪和涌浪的情形, 或者当风向骤然改变后的浪况。混合浪的频谱是双峰的。关于双峰谱的表示, 迄今为止的研究工作均将谱分解为低频分谱和高频分谱之和。国外的研究者 (Soares, 1984) 采用的分谱中的频率指数是先验地确定的不变常量, 如此作法物理依据不足。对此, 黄培基等 (1988) 提出了含 6 参量的双峰海浪频谱公式。该谱亦为低频分谱和高频分谱的叠加, 二分谱均由一种 Neumann 型的谱形表示, 其中的系数和频率指数由给定的实测谱的特征量来确定。用于拟合胶州湾实测双峰谱的结果表明, 拟合效果很好。然而, 他们的工作存在两个问题: (1) 由实测谱的特征量确定分谱参量的计算比较繁杂; (2) 当实测谱的两个谱峰频率相接近时, 高频部分的拟合效果较差, 拟合值高于实测值。

本文针对上述两个问题, 提出双峰海浪频谱的一种表示。首先仍然采用低频分谱和高频分谱叠加的基本思想, 每一分谱则用以零阶矩  $m_0$ , 谱峰频率  $\omega_0$  和尖度因子  $P$  为参量的一种 Neumann 型谱形表示,  $m_0$ ,  $\omega_0$  和  $P$  均可容易地由实测谱的特征量确定; 其次解释产生问题 (2) 的原因, 并予以解决。

## 1 作为分谱的海浪频谱的形式

Neumann 型谱形为:

$$S(\omega) = A\omega^{-p} \exp(-B\omega^{-q}) \quad (1)$$

此处,  $S(\omega)$  为海浪频谱;  $\omega$  为组成波的圆频率;  $p, q$  为大于零的参数;  $A, B$  为与浪要素 (或风要素) 有关的参数。用谱的零阶矩  $m_0 = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega$  和谱峰频率  $\omega_0$ , 其满足:  $\frac{d}{d\omega} S(\omega)|_{\omega=\omega_0} = 0$ , 将 (1) 式变为无因次化的形式:

$$\tilde{S}(\tilde{\omega}) = q \left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{p-1}{q}} \frac{1}{\Gamma\left(\frac{p-1}{q}\right)} \tilde{\omega}^{-p} \exp\left(-\frac{p}{q} \tilde{\omega}^{-q}\right) \quad (2)$$

<sup>\*</sup> 航天工业总公司资助项目。管长龙, 男, 出生于 1963 年 3 月, 博士, 副教授。

收稿日期: 1994 年 10 月 27 日, 接受日期: 1995 年 6 月 2 日。

这里:

$$\tilde{S}(\tilde{\omega}) = \omega_0 S(\omega) / m_0, \quad \tilde{\omega} = \omega / \omega_0 \quad (3)$$

Wen 等 (1988) 为刻画风浪频谱的能量分布的集中程度, 提出了尖度因子的概念  $P$ , 其定义为:

$$P = \frac{\omega_0 S(\omega_0)}{m_0} \quad (4)$$

其中,  $S(\omega_0)$  表示谱峰频率对应的谱值。根据 (3) 式可知,  $P = \tilde{S}(1)$ 。再由 (2) 式得到:

$$P = q \left( \frac{p}{q} \right)^{\frac{p-1}{q}} \frac{1}{\Gamma\left(\frac{p-1}{q}\right)} e^{-p/q} \quad (5)$$

因此, 无因次频谱可改写为:

$$\tilde{S}(\tilde{\omega}) = P \tilde{\omega}^{-p} \left[ -\frac{p}{q} (\tilde{\omega}^{-q} - 1) \right] \quad (6)$$

由方程 (5) 求解以  $P$  表示的  $p, q$  有无穷多组解, 侯一筠等 (1990) 给出了一组满足物理要求的近似解:

$$\begin{aligned} p &= e^{P+1} \\ q &= eP \end{aligned} \quad (7)$$

至此, 得到以  $m_0, \omega_0$  和  $P$  为参量的有因次的 Neumann 型谱形:

$$S(\omega) = \frac{m_0}{\omega_0} P \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^{-p} \exp \left\{ -\frac{p}{q} \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^{-q} - 1 \right] \right\} \quad (8)$$

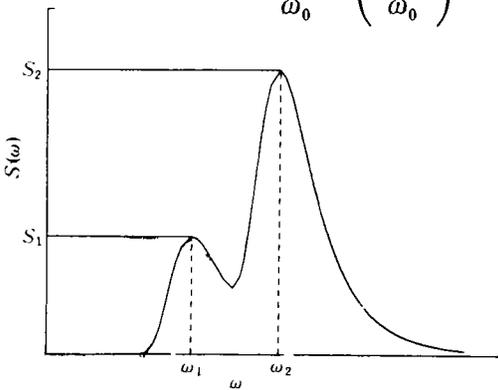


图1 实测双峰海浪频谱的示意图

Fig.1 Sample of bimodal frequency spectra of sea waves

作为表示双峰谱的低频分谱和高分谱的形式。

## 2 双峰海浪频谱的表示

实测的海浪双峰谱为图 1 所示的形式, 描述其特征的量分别为: 谱曲线下的面积, 即零阶矩  $m_0$ ; 两个谱峰频率  $\omega_1, \omega_2$  ( $\omega_1 < \omega_2$ ); 两个谱峰的高度  $S_1, S_2$ , 分别相应于  $\omega_1, \omega_2$ 。

用以 (8) 式表示的低频分谱和高分谱的叠加来拟合实测双峰谱, 即:

$$\begin{aligned} S(\omega) &= S_1(\omega) + S_2(\omega) \\ &= \sum_{i=1}^2 \frac{m_{0i}}{\omega_{0i}} P_i \left( \frac{\omega}{\omega_{0i}} \right)^{-p_i} \exp \left\{ -\frac{p_i}{q_i} \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_{0i}} \right)^{-q_i} - 1 \right] \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

$i=1, 2$  分别代表低频分谱和高分谱。由 (9) 式拟合实测双峰谱归结为如何恰当地由  $\{m_{0i}, \omega_{0i}, P_i, q_i; i=1, 2\}$  这组实测谱的特征量来确定参量  $\{m_{0i}, \omega_{0i}, P_i; i=1, 2\}$ 。按照尖度因子  $P$  的定义, 应求得的参量为  $\{m_{0i}, \omega_{0i}, S_{0i}; i=1, 2\}$ 。其中  $S_{0i}$  为分谱的谱峰值。原则上, 已知量的个数应不少于未知量的个数, 因为已知量的个数表示可建立的

方程的数目。根据海浪谱的特点, 待求的参量间可建立一个关系式, 以减少未知量的数目。

单峰海浪频谱为窄谱, 能量主要集中于峰频附近, 但相对于峰频  $\omega_0$  的分布为非对称的; 于  $0 < \omega < \omega_0$ , 谱值从零迅速升至峰值; 于  $\omega > \omega_0$ , 谱值减小相对缓慢, 有一个较长的拖尾。由于单峰海浪频谱的窄谱性, 可近似假定(黄培基等, 1988; Wen et al., 1989):

$$\frac{S_{01}}{m_{01}} = \frac{S_{02}}{m_{02}} \quad (10)$$

成立。这样实质上待求参量的数目为 5 个。

以下建立实测谱的特征量与分谱参量间的关系。首先, 以下关系:

$$m_{01} + m_{02} = m_0 \quad (11)$$

是自然成立的。其次, 考虑到单峰海浪频谱的窄谱特点, 两个分谱叠加后形成的双峰谱的两个峰频, 在二者不是很相近时, 分别相对于相应分谱的峰频移动很小, 十分自然地可选择:

$$\omega_{01} = \omega_1 \quad (12)$$

$$\omega_{02} = \omega_2 \quad (13)$$

联立方程(10)和(11), 得到:

$$m_{01} = \frac{S_{01}}{S_{01} + S_{02}} m_0 \quad (14)$$

$$m_{02} = \frac{S_{02}}{S_{01} + S_{02}} m_0 \quad (15)$$

现在问题归结为如何恰当地求出  $S_{01}$ ,  $S_{02}$ 。实测双峰谱的低频峰值应为低频分谱的峰值与高频分谱在该处谱值之和, 即:

$$S_{01} + S_2(\omega_1) = S_1 \quad (16)$$

同理, 对于高频峰值应有:

$$S_{02} + S_1(\omega_2) = S_2 \quad (17)$$

由于单峰海浪频谱相对于峰频率分布的特点,  $S_2(\omega_1)$  接近于零, 故可将  $S_1$  视为完全由  $S_{01}$  贡献, 即:

$$S_{01} = S_1 \quad (18)$$

对(17)式不宜作同样处理; 当  $\omega_2 \gg \omega_1$  时,  $S_1(\omega_2)$  对  $S_2$  的贡献可略去不计, 取  $S_{02} = S_2$  即可; 当  $\omega_2$  与  $\omega_1$  相差不十分大时,  $S_1(\omega_2)$  不能看成可略去的小量, 否则就会过高估计双峰谱的高频部分。黄培基等(1988)取  $S_{02} = S_2$ , 因而产生前述的问题(2)。

以下给出一个迭代方法解决此问题, 从而合理地确定  $S_{02}$ 。作为迭代初值可取:

$$S_{02} = S_2 \quad (19)$$

由(12)—(15), (18), (19)式可确定参量  $\{m_{0i}, \omega_{0i}, P_i; i=1, 2\}$ , 代入(8)式得到低频分谱  $S_2(\omega)$ 。于是可得低频分谱在  $\omega = \omega_2$  处的值  $S_1(\omega_2)$ 。将其代入(17)式得:

$$S_{02} = S_2 - \Delta S, \Delta S = S_1(\omega_2) \quad (20)$$

由(12)—(15), (18), (20)式再确定新的参量  $\{m_{0i}, \omega_{0i}, P_i; i=1, 2\}$ 。如此重复下

去,直到这一步的  $S_{0_2}$  与上一步的  $S_{0_2}$  之差满足一给定的精度要求为止。实际计算表明,一次迭代即可达到满意的拟合效果。应指出的是,在迭代过程中,  $\omega_{0_1}$ ,  $\omega_{0_2}$ ,  $S_{0_1}$  保持不变;  $m_{0_1}$ ,  $m_{0_2}$  随  $S_{0_2}$  相应改变。

### 3 双峰谱表示的应用

为与黄培基等(1988)一致,仍采用偏差指数 ( $D.I$ ) 作为拟合效果的度量,但形式稍有不同,其定义如下:

$$D.I = \frac{1}{m_0} \int_0^x |S(\omega) - \hat{S}(\omega)| d\omega \quad (21)$$

其中,  $S(\omega)$  为拟合谱,  $\hat{S}(\omega)$  为实测谱。  $D.I=0$  为拟合值与实测值完全重合的充要条件,  $D.I$  越小,拟合效果越好。黄培基等(1988)采用的  $D.I$  为(21)式中去掉绝对值符号的表达式。对于如此定义的  $D.I$ , 其值为零仅是拟合值与实测值完全重合的必要条件,而非充分条件;这是因为,如果拟合值在某一频段内高于实测值,而在另一频段内低于实测值,那么仍有可能使  $D.I=0$ 。因此,作者认为(21)式作为  $D.I$  的定义能更好地刻画拟合程度。

图2为得自胶州湾的实测谱(引自黄培基等,1988),图2a是以涌浪为主的混合浪;图2b是以风浪为主的混合浪;图2c、d代表涌浪风浪强度相当的混合浪。

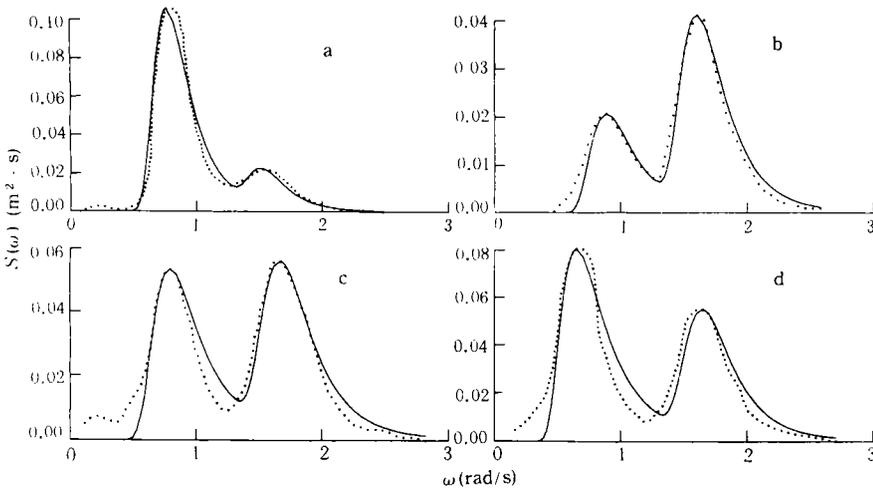


图2 胶州湾实测谱与拟合值的比较

Fig.2 Computed and measured spectral values from Jiaozhou Bay

- a.  $D.I=0.14$ ,  $P_1=1.89$ ,  $P_2=3.80$ ; b.  $D.I=0.12$ ,  $P_1=1.83$ ,  $P_2=3.32$ ;
- c.  $D.I=0.18$ ,  $P_1=1.48$ ,  $P_2=3.14$ ; d.  $D.I=0.22$ ,  $P_1=1.23$ ,  $P_2=3.28$ .

— 拟合值; ..... 实测值。(图3同)

图3为得自南海西沙海域的实测双峰谱。观测仪器为YZ-III型重力式测波仪。样本长度  $N=1024$ , 采样间隔  $\Delta t=0.5s$ 。采用的谱估计方法为FFT, 平滑窗为矩形窗, 平滑参数  $p=7$ 。此次测得的双峰谱均为以涌浪为主的混合浪的谱形。

图2和图3表明由(9)式计算的谱与实测谱相当地吻合, 无论对于低频部分还是高频部分都一样。即使实测谱的两个峰频率相接近, 高频部分仍能得到很好的表示。对于

8 个实测谱,  $D.I$  均不大于 0.22。

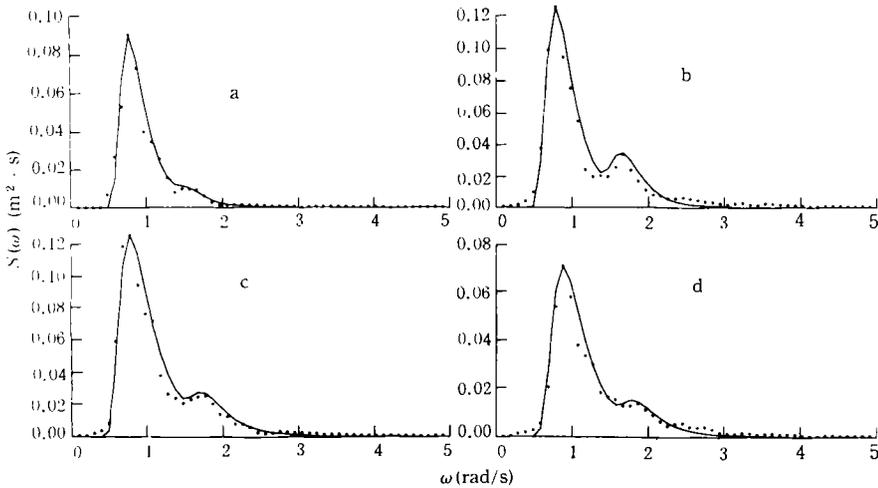


图3 南海西沙海域实测谱与拟合值的比较

Fig.3 Computed and measured spectral values from the South China Sea

- a.  $D.I=0.19$ ,  $P_1=1.74$ ,  $P_2=3.47$ ; b.  $D.I=0.21$ ,  $P_1=1.33$ ,  $P_2=2.98$ ;  
c.  $D.I=0.19$ ,  $P_1=1.54$ ,  $P_2=3.28$ ; d.  $D.I=0.19$ ,  $P_1=1.48$ ,  $P_2=3.12$ .

#### 4 结语

采用低频分谱和高频分谱叠加的思想, 提出了双峰海浪频谱的一种表示。所用的分谱形式以便于确定的物理量为参数。解决了以往双峰谱表示中存在的高频部分过高估计的问题。于胶州湾和南海西沙海域的实测谱的应用, 均得到相当满意的结果。

#### 参 考 文 献

- 黄培基, 胡泽建, 1988. 海洋学报, **10**(5): 531 — 537.  
侯一筠, 文圣常, 1990. 海洋与湖沼, **21**(6): 495 — 504.  
Soares, C. G., 1984. *Ocean Engineering*, **11**(2): 185 — 207.  
Wen Shengchang, Zhang Dacuo, Chen Bohai et al., 1988, *Acta Oceanol. Sin.*, **7**(1): 1 — 16.  
Wen Shengchang, Zhang Dacuo, Guo Peifang et al., 1989, *Acta Oceanol. Sin.*, **8**(1): 15 — 39.

## REPRESENTATION OF BIMODAL FREQUENCY SPECTRA OF SEA WAVES

Guan Changlong, Zhang Dacuo, Guan Shiyi<sup>†</sup>

(*Institute of Physical Oceanography, Ocean University of Qingdao, Qingdao 266003*)

<sup>†</sup>(*The Third Research Academy, CASC, Beijing 100074*)

**Abstract** A representation of the bimodal frequency spectra of sea waves is presented, in which the bimodal spectra are expressed as summation of low and high frequency component spectra in Neumann form with readily determined parameters, including the zeroth moment of the spectra  $m_0 = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega$ , peak frequency  $\omega_0$  and peakness factor  $P = \omega_0 S(\omega_0) / m_0$ . A procedure is given to reasonably determine these parameters on the basis of the measured spectral characteristics. The problem of overestimation at the high frequency band in the past work is explained and resolved. Application of the proposed formula to fit measured bimodal spectra obtained from Jiaozhou Bay in the Yellow Sea and the Xisha area, in the South China Sea showed good agreement between computed and measured values.

**Key words** Sea wave Bimodal spectra