# 声波在松散沉积物上的反射\*

## 唐应吾

(中国科学院北海研究站,青岛 266023)

**提要** 将海底沉积物视为一种松散的湿颗粒介质,并假设海水与沉积物的界面是平的,由位移、动量密度及压强在界面处的连续性,导出平面声波在其上的反射系数,建立反射系数与沉积物的具体参数的联系。 所得结果可化为前人用唯象理论所获得的形式。 将理论与实验比较的结果表明,两者的一致性是好的。

关键词 湿颗粒介质 声波 反射系数

海底沉积物上的声反射问题,已有很多报道 (Barnard et al., 1964; Bucker et al., 1965; Mackenzie, 1960; Morris, 1970),过去的理论研究,大都是先假设一个连续介质模型,或多层连续介质模型,然后在这些模型上建立起相应的唯象理论。事实上,海底的沉积物是一种湿颗粒介质,声波在其中传播时通常能激发出两个膨胀波(纵波)和一个旋转波(横波)(唐应吾, 1982)。因此,连续介质模型和相应的声反射系数的唯象理论不能很好地反映客观真实。要知道这些波对声反射系数的影响,和看出反射系数与沉积物中各参数,如孔隙率、颗粒大小、颗粒密度、颗粒容积弹性模量、颗粒集合的支承 Lamé 系数、流阻、结构因子等的联系,必须把沉积物视为一种湿颗粒介质。Stall 等人(1981)曾对湿孔隙弹性介质上的声反射问题进行过研究,但他们只建立起边界条件,没有给出具体的结果。

在本文中,将海底沉积物视为一种松散的湿颗粒介质,这对泥质沉积物、沙质泥沉积物,以及泥质沙沉积物,将是很好的描述。并假设沉积物与海水的界面是平的,来导出其上的声反射系数的表式。

1 边界条件

假设海底沉积物是由一些固体弹性颗粒随机浸沉在海水中而成,各个颗粒排列得较 松散,颗粒集合是宏观匀质各向同性的,波衰减的主要机制是颗粒和海水在波场中作相对 运动时所发生的粘滞牵引,海水与海底的界面是平的。

取坐标如图 1, *x* 为水平坐标轴; *x* 为铅直坐标轴,自海底表面向下为正。由于沉积物是松散的,故声波在其中传播时只能激发出一个膨胀波,不能激发出旋转波。若用 *u* 表示沉积物中颗粒的位移, *U* 表示沉积物中海水的位移;又由于沉积物中颗粒的体积浓度

感谢高天赋教授对本文的赞助。

<sup>\*</sup> 自选课题。唐应吾,男,出生于 1935 年 11 月,副研究员。

收稿日期: 1993年2月23日,接受日期: 1993年6月28日。

较大,故要引入颗粒相对海水的体积位移的概念,即要引入

$$\boldsymbol{W} = q(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{U}) \tag{1}$$

式中,9为孔隙率。设

$$q = \nabla \phi_s \tag{2}$$

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{\nabla}\phi_{f} \tag{3}$$

式中, $\phi$ ,为沉积物中颗粒的位移势; $\phi$ ;为颗 粒相对于海水的位移势; ∇为 Nabla 算符。

设在海水中有一入射波的位移势 ゆ;和 一反射波的位移势  $\phi_r$  各为(在简谐振动的情 况下):

$$\phi_{i} = \exp\left[i(\nu x + k_{0} \sin \alpha_{0} z - \omega t)\right] \phi_{r} = V \exp\left[i(\nu x - k_{0} \sin \alpha_{0} z - \omega t)\right]$$
(4)  
$$\exists + v = k_{0} \cos \alpha_{0} = \# \Im; \ k_{0} \ \Im = \Im \times \psi + \psi$$

图1 入射( $\phi_i$ )、反射( $\phi_i$ )和折射( $\phi_i, \phi_i$ )势 Fig. 1 Incident  $(\phi_i)$ , reflected  $(\phi_i)$  and refracted  $(\phi_s, \phi_i)$  potentials 声传播常数; V 为平面声波在海底上的反射

系数; α 为声波在海底上的掠射角; ω 为角频率; t 为时间。

由于海水与海底的界面是平的,那么在界面 (z = 0) 上应当满足:

(1) 位移应当连续,即

$$U'_{z} = (1 - q)u_{3} + qU_{z} = u_{z} - W_{z}$$
(5)

这里 U' 为海水中"质点"的垂直位移。

(2) 动量密度应当连续,即

$$\rho_{0}\dot{U}_{z}' = q\rho_{0}\dot{U}_{z} + (1-q)\rho_{1}\dot{u}_{z} = \rho_{k}\dot{u}_{z} - \rho_{0}\dot{W}_{z}$$
(6)

式中,  $\rho_t = q\rho_0 + (1 - q)\rho_1$ ;  $\dot{\xi} = d\xi/dt$ ;  $\rho_0$  为海水的密度;  $\rho_1$  为沉积物中颗粒的密度。 如果只讨论简谐振动的情况,(6)式可写为:

$$\rho_0 U'_z = \rho_k u_z - \rho_0 W_z \tag{6}$$

(3) 孔隙里海水的压强应当连续,即

$$\sigma_i = -qp_i \tag{7}$$

式中, p<sub>f</sub> 为海水中的压强; o<sub>l</sub> 为孔隙里海水所受的应力张量。唐应吾(1982)已求得:

$$\sigma_i = (Q+D)\nabla \cdot \boldsymbol{u} - q^{-1}D\nabla \cdot \boldsymbol{W}$$

式中,  $Q = (1 - q)B_s$ ;  $D = qB_s$ ,  $B_s = q / \left[\frac{q}{B_1} + \frac{(1 - q)}{B_2}\right]$ ,  $B_1$ 和  $B_2$ 各为海水与沉积 物中的颗粒的容积弹性模量。把上述各量代入(7)式中,得:

$$q^{-1}B_{s}\nabla \cdot \boldsymbol{u} - q^{-1}B_{s}\nabla \cdot \boldsymbol{W} = -p_{f}$$
<sup>(7)</sup>

上述边界条件,若用位移势来表示,有

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial z} + \frac{\partial \phi_r}{\partial z} = \frac{\partial \phi_i}{\partial z} - \frac{\partial \phi_i}{\partial z}, \qquad (8)$$

$$\rho_0 \left( \frac{\partial \phi_i}{\partial z} + \frac{\partial \phi_r}{\partial z} \right) = -\rho_0 \frac{\partial \phi_i}{\partial z} + \rho_k \frac{\partial \phi_s}{\partial z}$$
(9)



$$q^{-1}B_{s}\left(\frac{\partial^{2}\phi_{s}}{\partial x^{2}}+\frac{\partial^{2}\phi_{s}}{\partial z^{2}}\right)-q^{-1}B_{s}\left(\frac{\partial^{2}\phi_{f}}{\partial x^{2}}+\frac{\partial^{2}\phi_{f}}{\partial z^{2}}\right)=\rho_{0}\frac{\partial^{2}(\phi_{i}+\phi_{r})}{\partial t^{2}}$$
(10)

### 2 反射系数

有了边界条件,就可寻求海底上的声反射系数。由于在松散的颗粒介质中,只存在一 种膨胀波,没有旋转波,故可设

$$\phi_{i} = A \exp[i(\nu x + k_{1} \sin \alpha_{1} z - \omega t)]$$

$$\phi_{i} = B \exp[i(\nu x + k_{1} \sin \alpha_{1} z - \omega t)]$$
(11)

式中,A和B为待求系数; $k_1$ 为沉积物中的声传播常数; $\alpha_1$ 为声在沉积物中的掠射角。 将式(4)和(11)代入(8)—(10)中,有

$$k_0 \sin \alpha_0 V + k_1 \sin \alpha_1 A - k_1 \sin \alpha_1 B = k_0 \sin \alpha_0$$
<sup>(12)</sup>

$$\rho_0 k_0 \sin \alpha_0 V + \rho_k k_1 \sin \alpha_1 A - \rho_0 k_1 \sin \alpha_1 B = \rho_0 k_0 \sin \alpha_0 \tag{13}$$

$$\omega^{2}V - q^{-1}B_{s}k_{1}^{2}A + q^{-1}B_{s}k_{1}^{2}B = -\rho_{y}\omega^{2}$$
(14)

将(12)-(14)3式用矩阵来表出,有

$$\begin{bmatrix} k_0 \sin \alpha_0 & k_1 \sin \alpha_1 & -k_1 \sin \alpha_1 \\ \rho_0 k_0 \sin \alpha_0 & \rho_k k_1 \sin \alpha_1 & -\rho_0 k_1 \sin \alpha_1 \\ \rho_0 \omega^2 & -q^{-1} B_i k_1^2 & q^{-1} B_i k_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_0 \sin \alpha_0 \\ \rho_0 k_0 \sin \alpha_0 \\ -\rho_0 \omega^2 \end{bmatrix}$$
(15)

线性方程(15),可用 Cremer 规则来求解。解出 V,有

$$V = \frac{k_0 \sin \alpha_0 - \omega^2 \rho_0 q(k_1 B_1)^{-1} \sin \alpha_1}{k_0 \sin \alpha_0 + \omega^2 \rho_0 q(k_1 B_1)^{-1} \sin \alpha_1}$$
(16)

唐应吾(1975)曾求得松散沉积物中的声传播常数  $k_1$ 的式为:  $k_1 = \omega K^{1/2} (\rho'_0 + ib)^{1/2}$ 

$$=\omega K^{1/2} (\rho'_0 + ib)^{1/2}$$
(17)

式中,  $K = q/B_i$ ;  $\rho'_0 = \rho_k - \omega^2 M N / (q^2 R^2 + \omega^2 N^2)$ ;  $b = \omega q R M / (q^2 R^2 + \omega^2 N^2)$ ;  $M = (1 - q)^2 q (\rho_1 - \rho_0)^2$ ;  $N = \rho_0 (m - 1) + (1 - q) [\rho_0 + q (\rho_1 - \rho_0)]$ ; R 为流阻; m 为结构因子。对于松散的沉积物, 唐应吾(1974)已求得 R 和 m 的表示式为:

$$R = \begin{cases} \frac{9}{2} (1-q) \frac{\psi \eta}{qa^2} + \frac{9}{4} (1-q) \psi \frac{\sqrt{2\rho_0 \eta \omega}}{qa} (\mathbb{R}) \\ \frac{9}{2} (1-q) \frac{\eta}{qa^2} + \frac{9}{4} (1-q) \frac{\sqrt{2\rho_0 \eta \omega}}{qa} (\mathbb{W}) \end{cases}$$

$$m = \begin{cases} 1 + \frac{1}{2} (1-q) \psi + \frac{9}{2\sqrt{2}} (1-q) \frac{\psi \sqrt{\eta}}{(\omega \rho_0)^{1/2} a} (\mathbb{R}) \\ 1 + \frac{1}{2} (1-q) + \frac{9}{2\sqrt{2}} (1-q) \frac{\sqrt{\eta}}{(\omega \rho_0)^{1/2} a} (\mathbb{W}) \end{cases}$$
(18)

式中,  $\phi = \left[1 - \frac{3}{4} (6V_{c}/\pi)^{1/3} - \frac{1}{4} (6V_{c}/\pi)\right]^{-1}$ ; η 为海水的粘滞系数; a 为颗粒的平均 半径;  $V_{c} = 1 - q_{o}$ 

将式(17)代人(16)中,并注意到K的表式就可得出:

$$V = \frac{\left[(\rho_0' + ib)/\rho_0\right] \sin \alpha_0 - (k_1/k_0) \sin \alpha_1}{\left[(\rho_0 + ib)/\rho_0\right] \sin \alpha_0 + (k_1/k_0) \sin \alpha_1}$$
(20)

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

这样,建立了沉积物中的各参数与其上的声反射系数之间的联系。若注意到  $(\rho_0' + ib)/\rho_0$ 是两个密度的比值,记之为 m';  $k_1/k_0$ 是两个传播常数的比值,它恰为海底相对于海水的折射率,记之为  $n_o$  如此,式(20)又可写为:

$$V = \frac{m' \sin \alpha_0 - n \sin \alpha_1}{m' \sin \alpha_0 + n \sin \alpha_1}$$
(21)

这与前人们用唯象理论导出的反射系数在形式上是一致的(Mackenzie, 1960; 布列霍 夫斯基赫,1957)。(21)式中的 m' 与 n 皆为复数,这与 Грубник (1960)的结果相同。利 用 Snell 定律:  $k_0 \cos \alpha_0 = k_1 \cos \alpha_1$ , (21)式就可写为:

$$V = \frac{m' \sin \alpha_0 - \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha_0}}{m' \sin \alpha_0 + \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha_0}}$$
(22)

## 3 小掠射角范围内的反射系数

当掠射角  $\alpha_0$  很小,以致于有  $\alpha_0 \ll 1$  时,有  $\sin \alpha_0 \approx \alpha_0$ ,  $\cos \alpha_0 \approx 1$ ,这时,(22)式可 写为:

$$V \approx \frac{m'\alpha_0 - \sqrt{n^2 - 1}}{m'\alpha_0 + \sqrt{n^2 - 1}} = \frac{p\alpha_0 - 1}{p\alpha_0 + 1} \approx -\exp(-2p\alpha_0)$$
(23)

式中,  $p = m' / \sqrt{n^2 - 1}$ 。

## 4 理论与实验的比较

Nolle 等人(1963) 作了一个模拟实验。测量了水与含水沙的平整界面上的声反射损



失  $BL = 20 \lg |V|$ ,其结果示于图 2。含水沙 的各参量 被 测 定 为 q = 0.359;  $\rho_0 = 1.00 g/$ cm<sup>3</sup>;  $\rho_1 = 2.67 g/cm^3$ ;  $B_s = 2.01 \times 10^5 N/cm^3$ ;  $\eta = 10^{-2}N \cdot S/cm$ ; a = 0.04 cm;  $c_0 = 1.50 \times 10^5 cm/s$ ;  $\omega = 2\pi \times 5 \times 10^5 s^{-1}$ 。

将这些参数代人(17),(19),(20)式中,就 可算得 *R*=2.568 × 10<sup>5</sup> N · S/cm<sup>4</sup>;*m*=1.341; *k*<sub>1</sub> = 17.65 + *i*0.032 25 cm<sup>-1</sup>; *m*' = 1.768 + *i*6.463 × 10<sup>-3</sup>; *n* = 0.8428 + *i*1.540 × 10<sup>-3</sup>。 再按公式(23)来计算 *V*。将算得的 *V* 换成海底 声反射损失,见图 2 。可以看出,理论与实验 基本上是一致的,但前者在大掠射角处略微偏

高一些。看来,这种差别,可能是由于散射效应所引起的。\_\_

#### 参考文献

```
唐应吾, 1975, 弹性波在沉积物中的传播,地球物理学报, 18(4): 269—278。
唐应吾, 1982, 地震波在湿颗粒介质中的传播,地球物理学报, 25(4): 315—323。
唐应吾, 1974, 沉积物中的流阻和结构因子, 声学学报, 19(3): 202—207。
布列霍夫斯基赫, Л. М., 1957, 杨训仁译, 1960, 分层介质中的波,科学出版社(北京), 12—17。
Barnard, G. R. et al., 1964, Underwater sound reflection from layered media, J. Acoust. Soc. Am., 36 (11): 2 119—2 123.
```

- Bucker, H. P. et al., 1965, Reflection of low-frequency sonar signals from a smash ocean bottom, J. Acoust. Soc. Am., 37 (6): 1037.
- Mackenzie, K. V., 1960, Reflection of sound from coastal bottoms, J. Acoust. Soc. Am., 33 (2): 221-231.
- Morris, H. E., 1970, Bottom reflection loss modal with a velocity gradient, J. Acoust. Soc. Am., 48(5): 1 198-1 202.
- Nolle, A. W. et al., 1963, Acoustical properties of water-filled sand, J. Acoust. Soc. Am., 35 (9): 1 394-1 408.
- Stall, R. D. et al., 1981, Reflection of acoustic waves at a water-sediment interface, J. Acoust. Soc. Am., 70(1): 149-156.
- Грубник, Н. А., 1960, Исследование акустических свойств подводного грунта на высоких звуковых частотах, Акст. Ж., 6(4): 446-453.

## REFLECTION OF ACOUSTIC WAVES FROM LOOSE MARINE SEDIMENT

#### Tang Yingwu

(Institute of Bei Hai, Academia Sinica, Qingdao 266023)

### Abstract

In this paper, the marine sediment is regarded as wet loose granular medium where the propagation of sound can excite a dilatation wave but not a rotating wave, and the seawater-sediment interface is assumed to be a plane. The reflection coefficient V at sediment surface is derived as

$$V = \frac{k_0 \sin \alpha_0 - \omega^2 \rho_0 q(k_1 B_s)^{-1} \sin \alpha_1}{k_0 \sin \alpha_0 + \omega^2 \rho_0 q(k_1 B_s)^{-1} \sin \alpha_1}$$

where  $k_0$  is the wavenumber of the sea water,  $k_1$  the wavenumber of the sediment,  $\omega$  the angular frequency,  $\rho_0$  the density of the sea water, q the porosity of the sediment,  $\alpha_0$  the grazing angle in sea water,  $\alpha_1$  the grazing angle in sediment,  $B_s = q/[(q/B_1) + (1-q)/B_2]$ ,  $B_1$  and  $B_2$  are the bulk modulus of the pore water and the sediment grains, respectively.

Thus, the connection of the derived reflection cofficient with various parameters in sediment is established. The obtained result is identical with that obtained by phenomenon theory and agrees well with practical data.

Key words Wet granular media Acoustic wave Reflection coefficient