



长江口南支潮流的一个数值模拟*

许朋柱 毛锐

(中国科学院南京地理与湖泊研究所, 南京 210008)

提要 为了能够精确地拟合天然水域不规则的水陆边界,并能保持有限差分数值计算在矩形网格中进行,本文利用 Thompson 的数值网格生成技术,在长江口南支七丫口至横沙河段设计了一个椭圆型边界拟合坐标系,并在这个坐标系下建立了平面二维潮流数学模型。通过数值求解此数学模型,实现了计算区域内现状潮流的一个数值模拟,模拟结果表明,模式的设计是成功的。

关键词 长江口南支 数值网格生成数值模拟

有限差分方法是数值求解地球物理流体力学中非定常问题的常用方法,它具有离散原理简单、构造格式容易及编制程序方便等优点。经典的差分方法通常是在笛卡尔坐标系下的矩形网格内差分离散流体力学方程,但对于较复杂的自然边界往往难于精确拟合,一般用阶梯线代替边界线。三角形网格及差分变分法的使用在某种程度上弥补了这种不足,但这两种方法在求解过程中又不够灵活,且影响计算速度。为此,美国学者 Thompson 于 1974 年提出了边界拟合坐标技术。目前,这种技术在国外已得到广泛应用,用它编制的流体力学数值求解程序具有更强的通用性。在天然水域水动力学数值计算方面,国内学者只是近几年才开展这方面的研究工作(汤奔阳等,1987;汪德燿等,1989;程文辉等,1988,吴坚等,1989),基于这种技术,本研究在长江口南支七丫口至横沙水域实现了平面二维潮流的一个数值模拟。

1 边界拟合坐标的生成

长江口南支具有复杂的两岸边界及岛边界,因此,在矩形网格中差分数值求解平面二维水动力学数学模型,将给边界处理造成困难。

1.1 数值网格生成的基本原理 边界拟合坐标系是基于数值网格生成的基本原理来构造的。网格生成的原理是寻找一适当的变换关系 $\xi = \xi(X, Y, Z)$, $\eta = \eta(X, Y, Z)$, $\theta = \theta(X, Y, Z)$, 将物理空间上(计算域)具有复杂边界的笛卡尔坐标 (X, Y, Z) 映射到具有规则边界的拟合坐标系 $\xi-\eta-\theta$ 中去。在任意二维多连通区域中,物理坐标与变换坐标 (ξ, η) 满足如下椭圆型映射关系:

* 国家自然科学基金委重大项目 (No.9488007) 和中国科学院重大项目 (No.87-45-03) 联合资助。
汪德燿教授曾给予过帮助,作者深致谢忱。
收稿日期: 1991 年 2 月 4 日;接受日期: 1992 年 1 月 24 日。

$$\alpha X_{\xi\xi} - 2\beta X_{\xi\eta} + \gamma X_{\eta\eta} + J^2(PX_{\xi} + QX_{\eta}) = 0 \quad (1)$$

$$\alpha Y_{\xi\xi} - 2\beta Y_{\xi\eta} + \gamma Y_{\eta\eta} + J^2(PY_{\xi} + QY_{\eta}) = 0 \quad (2)$$

式中, $\alpha = X_{\eta}^2 + Y_{\eta}^2$, $\beta = X_{\xi}X_{\eta} + Y_{\xi}Y_{\eta}$, $\gamma = X_{\xi}^2 + Y_{\xi}^2$, $J = X_{\xi}Y_{\eta} - X_{\eta}Y_{\xi}$; P, Q 为控制函数, 选择适当的函数可以使网格线的疏密根据需要分布, 亦可使网格线正交。方程组的边界条件为 Dirichlet 条件。

1.2 长江口南支边界拟合坐标 利用二阶精度的五点差分格式离散方程(1)和(2), 再经点 SOR 法迭代计算, 即可获得如图 1 所示的长江口南支边界拟合坐标。拟合坐标系 $\xi-\eta$ 中的网格间距满足 $\Delta\xi = \Delta\eta = 1$ 。

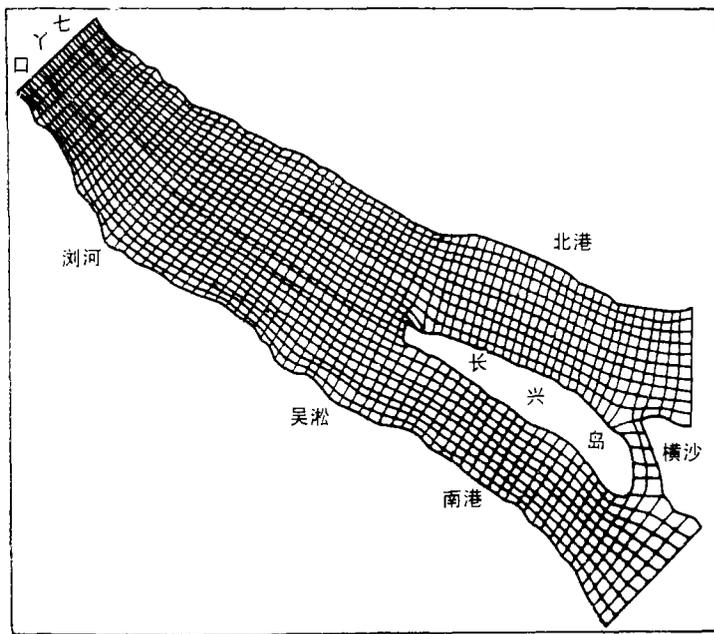


图 1 物理平面上差分网格

Fig. 1 Differential mesh in Physical plain

2 拟合坐标系下潮流数学模型及其数值解法

2.1 模型方程 利用导数变换公式, 将笛卡尔坐标系下整层积分的浅水动力学方程组进行转换, 即可得到拟合坐标系下的偏微分方程组:

$$\begin{aligned} & \zeta_t + \frac{1}{J} \{ Y_{\eta} [(h + \zeta)u]_{\xi} - X_{\eta} [(h + \zeta)v]_{\xi} \} \\ & + \frac{1}{J} \{ -Y_{\xi} [(h + \zeta)u]_{\eta} + X_{\xi} [(h + \zeta)v]_{\eta} \} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & u_t + \frac{1}{J} (Y_{\eta}u - X_{\eta}v)u_{\xi} + \frac{1}{J} (-Y_{\xi}u + X_{\xi}v)u_{\eta} - fv \\ & + \frac{g}{J} (Y_{\eta}\zeta_{\xi} - Y_{\xi}\zeta_{\eta}) - \frac{\tau_{sx}}{h + \zeta} + g \frac{u\sqrt{u^2 + v^2}}{(h + \zeta)C^2} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$v_t + \frac{1}{J} (Y_\eta u + X_\eta v) v_\xi + \frac{1}{J} (-Y_\xi u + X_\xi v) v_\eta + f u + \frac{g}{J} (-X_\eta \zeta_\xi + X_\xi \zeta_\eta) - \frac{\tau_{SY}}{h + \zeta} + g \frac{v \sqrt{u^2 + v^2}}{(h + \zeta) C^2} = 0 \quad (5)$$

式中, h 为某一基面下水深; f 为科氏系数; ζ 为水位; C 为 Chezy 系数; g 为重力加速度; u, v 为沿 X, Y 方向水深平均速度分量; X, Y 为物理坐标; ξ, η 为变换的拟合坐标; $J = X_\xi Y_\eta - X_\eta Y_\xi$ 为 Jacobi 系数。

作用于水面风应力: $(\tau_{SX}, \tau_{SY}) = \lambda W^2 (\cos \phi, \sin \phi)$ 式中, ϕ 为 X 轴正向与风向夹角; λ 为风拖曳系数; W 为水面风速。

2.2 破开算子法的应用 本文利用了 Yanenko 破开算子法的思想, 将偏微分方程(3), (4), (5)中的时间微商沿 ξ 和 η 方向分裂成两部分, 得到两组一维形式的偏微分方程。通过分步差分求解每一组方程, 就得到一个完整时步长的数值解。

2.3 边界条件的处理 由于本文采用了边界拟合坐标系, 因此, 由运动方程推得沿 ξ 和 η 方向的固壁边界条件, 以沿 ξ 方向为例:

$$u_i^\xi + u_i^\xi \frac{u_i^\xi}{h_1} + \frac{g}{h_1} \zeta_\xi + g \frac{u_i^\xi |u_i^\xi|}{(h + \zeta) C^2} = 0 \quad (6)$$

式中, u_i^ξ 为 ξ 方向的水流速度分量; $h_1 = \sqrt{X_\xi^2 + Y_\xi^2}$; 其它符号的含义同前。

用“迎风”格式或平方守恒格式差分离散方程(6), 并经数值求解, 即可得到 ξ 方向固壁边界的边界条件。同理, 可得到沿 η 方向的固壁边界条件。

对于高潮淹没、低潮出露的动边界, 例如心滩和边滩, 采用“冻结”法^[3]处理, 使动边界计算问题简化成在固定边界上计算。开边界条件是这样给定的: 七丫口用流速过程, 横沙用潮位过程。

2.4 非线性计算不稳定的处理 本模式在计算中同样存在数值不稳定现象, 为此, 采用了如下的人工光滑措施:

$$S_{\xi k} S_{\eta k} (f) = [\mu_k T_2^{k+1} + (1 - 2\mu_k) T_0 + \mu_k T_{-2}^{k-1}]_i \cdot [\mu_k T_2^{k+1} + (1 - 2\mu_k) T_0 + \mu_k T_{-2}^{k-1}]_j \cdot (f)_{ij} \quad (7)$$

式中, f 是被光滑变量 u, v 或 ζ ; T 是移位算子; μ_k 和 k 是给定的常数, 计算中取 $k = 2$, $\mu_k = \frac{1}{4}$, 采用 9 点光滑; i, j 为空间结点号。

2.5 时间步长 本文仍以线性方程的 CFL 稳定条件作近似控制:

$$\Delta t_{\max} = \frac{\min(h_1 \Delta \xi, h_2 \Delta \eta)}{\sqrt{gH} + \sqrt{u^2 + v^2}} \quad (8)$$

式中, $h_2 = \sqrt{X_\eta^2 + Y_\eta^2}$; H 为求解域最大水深; 其他符同前所述。

3 数值模拟结果

3.1 计算参数 选用 1984 年 8 月 28 日—29 日的一个太阴潮作为本文的计算验证资料。计算时间步长 $\Delta t = 180s$, [科氏系数 $f = 0.0000737$, Manning 糙率系数 $n = 0.011-0.014$ ($C = \frac{1}{n} (h + \zeta)^{\frac{1}{6}}$), 风拖曳系数 $\lambda = (1.5-2.0) \times 10^{-6}$ 。

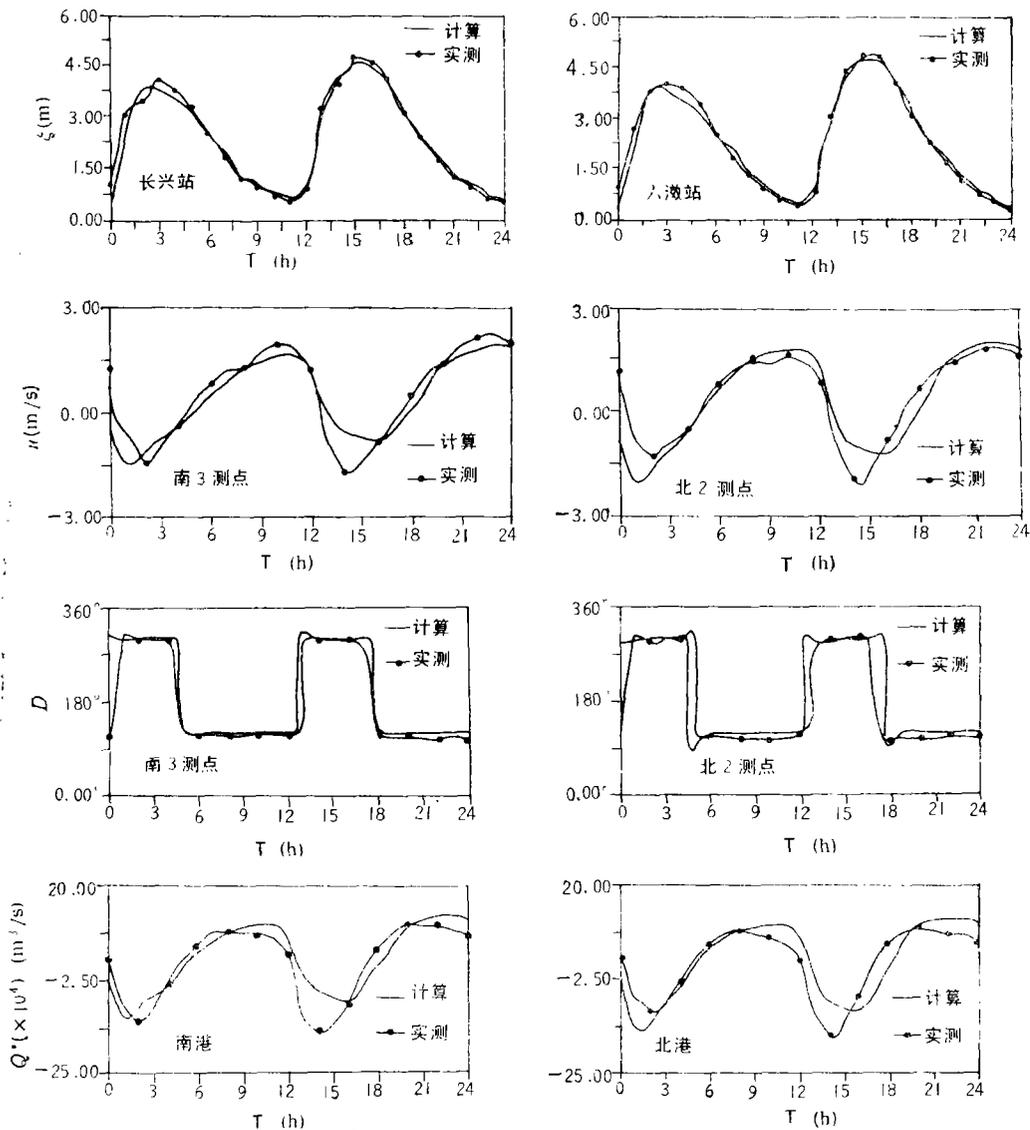


图2 模式验证

Fig.2 Verifications of the model

3.2 验证结果 长江口潮流为往复流, 涨落潮流向相反。由于向上游河槽逐渐束狭, 涨潮时长兴岛头部出现“汇流”现象; 相反, 在落潮时潮流向南北港“分流”, 波形表现为典型的前进波。计算机逐时流场输出结果在表现上述潮流特征方面令人满意(图略)。

全潮测验在南北港殷陆—马家港及六渚—长兴圩布置了两个测流断面, 每个断面上各布置 5 条测速垂线, 作者计算了各条垂线的流速平均值(u)及相位值(D), 并与实测值进行比较。本文仅给出南北港断面各一条垂线的比较图, 同时还给出南北港潮位(ζ)及流量(Q^*)过程的验证(图 2)。由图可知, 计算值与实测值相当吻合。另外, 由潮流量过程线算出的南北港全潮潮量分流比也相当一致, 计算分流比为 44:56, 实测分流比为 45:55。

参 考 文 献

- 汤奔阳、张添明,1987,风暴潮边界拟合坐标差分法计算,力学学报,19(1): 9—13。
汪德耀、杨艳艳,1989,拟合坐标及其在潮流计算中的应用,河海大学学报,17(1): 50—57。
程文辉、王船海,1988,正交曲线网格及“冻结”法在河道二维流场中的应用,水利学报,6: 18—25。
吴坚、濮培民,1989,太湖水动力学的不规则网格有限差分数值模拟,南京地理与湖泊研究所集刊,6: 1—13。

ONE NUMERICAL SIMULATION OF TIDAL FLOW IN THE
SOUTH CHANNEL OF THE CHANGJIANG ESTUARY

Xu Pengzhu, Mao Rui

(Nanjing Institute of Geography and Limnology, Academia Sinica, Nanjing 210008)

ABSTRACT

This elliptic body-fitted curvilinear coordinate system is designed to precisely fit the irregular water-land boundary of flow field in the south channel (from Qiyakou to Hengsha) of the Changjiang Estuary and for finite difference computation in a rectangular mesh, by using the numerical grid generation technique proposed by Thompson, and the 2-D hydrodynamic model which integrated over the vertical of shallow water is established in the system. As on the Yanenko operator-splitting method, the equations of the model are split into two couples of 1-D eqs. along 2-axis directions, and each eqs. are solved by FDM. In the computation a “condensation” technique is used and the problem of moving boundary computation is simplified. Numerical smoothing is used to improve the computational stability. The model computed values of tidal elevation, flow velocity and discharge, etc., agree well with field measurements.

Key words The south channel of the Changjiang Estuary Numerical grid generation Numerical simulation