

杭州湾潮汐潮流的数值计算*

曹德明 方国洪

(中国科学院海洋研究所, 青岛)

提要 本文应用有限差分方法, 对杭州湾的潮汐、潮流进行了数值计算, 得到了全日 $(\frac{O_1 + K_1}{2})$ 、半日 (M_2) 和浅水 (M_4, M_6) 分潮的调和常数。计算结果与实测符合良好。文章根据计算结果描述了杭州湾的潮汐、潮流的分布及其特性。

应用有限差分方法对范围较小的近岸浅水海区进行数值计算与中型海区有显著不同。一方面, 水比较浅, 潮差和地形的变化都比较大, 流向的变化也比较剧烈, 因而运动方程中的非线性平流加速度是不能省略的^[1]; 另一方面, 潮差比较大, 在倾斜的海滩上由于潮水的涨落, 水-陆边界的变动是相当大的, 略去潮间带必然会使计算结果产生较大的偏差^[6]。由于地形的变化, 在潮波传播的过程中, 浅水分潮的量值越来越大, 其影响也是不容忽视的。

杭州湾潮汐、潮流的数值计算工作已有许多人做过。例如成安生等^[4]用显式差分格式对线性化的二维潮波方程进行过计算, 林秉南等^[9]用二维特征理论法对杭州湾建坝前后的情况进行了二维潮波计算, 计算中考虑了非线性平流项的影响, 在他们的计算中都使用了固定不变的固体边界。

我们采用与 Flather 和 Heaps 类似的差分格式^[9], 在计算中考虑了非线性平流加速度, 并增加了主要的浅水分潮—— M_4, M_6 分潮, 从而可用准调和分潮方法^[1,2]推算各计算格点任意时刻的潮汐潮流。

一、计算方法

基本方程取

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Du) + \frac{\partial}{\partial y} (Dv) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv + \frac{k u (u^2 + v^2)^{1/2}}{D} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu + \frac{k v (u^2 + v^2)^{1/2}}{D} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0 \tag{3}$$

式中, x, y ——在未扰动海面的水平面上的笛卡儿坐标; t ——时间; D ——总水深 = $d + \zeta$, d 为平均水深, ζ 为潮位; u, v ——垂直平均潮流 x, y 的分量; f ——科氏参数 =

* 中国科学院海洋研究所调查研究报告第 1280 号。文中插图由杜湄山同志清绘, 在此致谢。

收稿日期: 1984年5月4日。

$2Q \sin \bar{\varphi}$, $\bar{\varphi}$ 为计算海区的平均纬度, 杭州湾取作 $30^{\circ}30'N$, Q 为地球自转角速度 $= 7.29 \times 10^{-5} s^{-1}$; k ——底摩擦系数, 取 0.001; g ——地球重力加速度 $= 980 cm/s^2$.

与基本方程 (1), (2), (3) 相应的差分方程可参看文献 [6] 中的 (4)–(8) 式。

我们将南汇咀—菜花山—金塘山一线取作潮波进入杭州湾的上断面, 激浦以西约 1km 处取作下断面。在每个液体边界点上, 潮位

$$\zeta = \sum_{i=1,2,4,6} H_i \cos(j\omega t - \theta_i) \quad (4)$$

其中

$$H_1 = \frac{H_{0_1} + H_{k_1}}{2}, \quad \theta_1 = \frac{g_{0_1} + g_{k_1}}{2},$$

$$H_2 = H_{M_2}, \quad \theta_2 = g_{M_2},$$

$$H_4 = H_{M_4}, \quad \theta_4 = g_{M_4},$$

$$H_6 = H_{M_6}, \quad \theta_6 = g_{M_6}.$$

ω 为 k_1 和 0_1 分潮角速率的平均值; H 和 g 为各分潮调和常数 (振幅和迟角)。

计算区域如图 1 所示。网格步长 $\Delta S = \Delta x = \Delta y = 3706m$ 。计算区域内共有 422 个内点, 其中位于水深 $< 2m$ 的潮间带内的点有 25 个, 占格点总数的 6%。

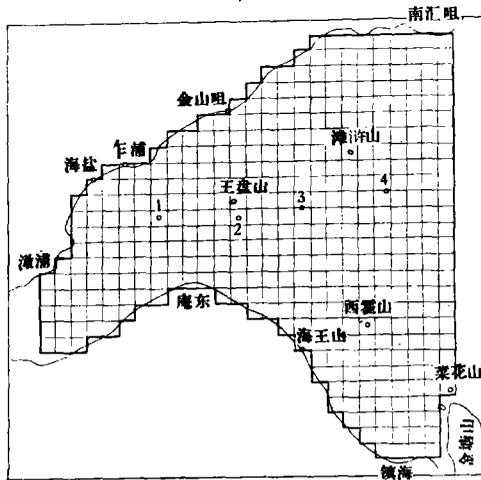


图 1 杭州湾计算网格

● 潮位观测站; ○ 潮流观测站

根据差分方程的稳定性条件,

$$\tau < \frac{\Delta S}{\sqrt{2gD_{\max}}}$$

取时间步长 $\tau = 119.237772s$, 为一个太阴日的 $\frac{1}{750}$ 。式中 D_{\max} 为计算海区的最大深度,

杭州湾水深一般在 10m 左右。金塘水道附近最深, 可达 40 余米。

南汇咀—菜花山—金塘山一线共有 24 个液体边界点, 除南汇咀, 菜花山, 金塘山有现

成的潮汐调和常数外,其余各点的潮汐调和常数系采用南汇咀、菜花山、滩浒山、唐脑山、西霍山、大渔山等地的调和常数线性插值求得。激浦断面因没有南岸的调和常数,对振幅采用 Kelvin 波的公式由激浦向南推算,迟角由最初的计算结果并参照激浦-庵东的迟角差求得。

在取摩擦系数的量值时,参考了 Hansen 在计算北海 M_2 分潮时的取法,开始时取 $k=0.002$, 后发现此值过高,而改取 $k=0.001$ 。

我们从静止的初始状态开始计算。在推算了 6 个潮周期后,计算趋于稳定(相邻两周期相应之 u, v, ζ 值之差小于 0.1cm/s 和 0.1cm) 然后取第 6 周期等时间间隔的 25 个 u, v, ζ 值,用以计算各分潮的潮汐潮流调和常数。

调和常数按以下公式计算:

$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{25} \sum_{i=0}^{24} u^{(i)} \\ u'_j = \frac{2}{25} \sum_{i=0}^{24} u^{(i)} \cos \frac{2j\pi}{25} i \\ u''_j = \frac{2}{25} \sum_{i=0}^{24} u^{(i)} \sin \frac{2j\pi}{25} i \end{cases} \quad \begin{cases} U_j = \sqrt{u'^2_j + u''^2_j} \\ \xi_j = \text{tg}^{-1} \frac{u''_j}{u'_j} + n_j\pi \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} V_0 = \frac{1}{25} \sum_{i=0}^{24} v^{(i)} \\ v'_j = \frac{2}{25} \sum_{i=0}^{24} v^{(i)} \cos \frac{2j\pi}{25} i \\ v''_j = \frac{2}{25} \sum_{i=0}^{24} v^{(i)} \sin \frac{2j\pi}{25} i \end{cases} \quad \begin{cases} V_j = \sqrt{v'^2_j + v''^2_j} \\ \eta_j = \text{tg}^{-1} \frac{v''_j}{v'_j} + n_j\pi \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} H_0 = \frac{1}{25} \sum_{i=0}^{24} \zeta^{(i)} \\ h'_j = \frac{2}{25} \sum_{i=0}^{24} \zeta^{(i)} \cos \frac{2j\pi}{25} i \\ h''_j = \frac{2}{25} \sum_{i=0}^{24} \zeta^{(i)} \sin \frac{2j\pi}{25} i \end{cases} \quad \begin{cases} H_j = \sqrt{h'^2_j + h''^2_j} \\ \theta_j = \text{tg}^{-1} \frac{h''_j}{h'_j} + n_j\pi \end{cases} \quad (7)$$

式中 i 依次取 $0, 1, \dots, 24$; j 依次取 $1, 2, \dots, 8$, n 值均为整数,其取值方法依式 (7) 内分数的分子、分母的符号确定:

$$\begin{cases} \text{若分母} > 0, \text{分子} > 0, \text{取} 0 \\ \text{若分母} > 0, \text{分子} < 0, \text{取} 2 \\ \text{若分母} < 0, \text{取} 1 \end{cases} \quad (8)$$

算得潮流的调和常数后,按文献 [2] 中的 (30)–(37) 计算潮流椭圆要素。

二、计算结果的讨论

我们将计算结果与 7 个潮位站的潮汐调和常数作了比较,结果表明,迟角的平均绝对

误差是：全日分潮（即 $\frac{O_1 + K_1}{2}$ ）为 3.2° ， M_2 分潮为 2.5° ；振幅的平均绝对误差仅为 0.8cm 和 6.4cm，相对误差均不超过 4%。杭州湾属非正规半日潮海区，湾内潮汐以 M_2 分潮为主。根据对金山咀潮位的统计， M_2 分潮大约占水位谱总能量的 77%，再加上 O_1 ， K_1 分潮，则大约占水位谱总能量的 82%，因此，主要全日分潮和半日分潮的推算精度对能否将计算结果应用于实际预报至关重要。

为进一步验证计算结果，我们用数值计算得到的 $\frac{O_1 + K_1}{2}$ ， M_2 ， M_4 分潮的潮汐调和常数，引入差比关系后（杭州湾的差比数系用金山咀 1970—1974 年调和常数求得），得到了 O_1 ， K_1 ， M_2 ， S_2 ， M_4 ， MS_4 6 个分潮的调和常数，用准调和分潮方法推算了金山咀、滩浒山、乍浦的水位，并与实测潮位进行了比较，除在高、低潮位时潮位相差较大外，大部分时间都吻合得相当好（图 2）。

数值计算所得潮流调和常数没有潮汐调和常数吻合得那样好，我们以 M_2 分潮流为

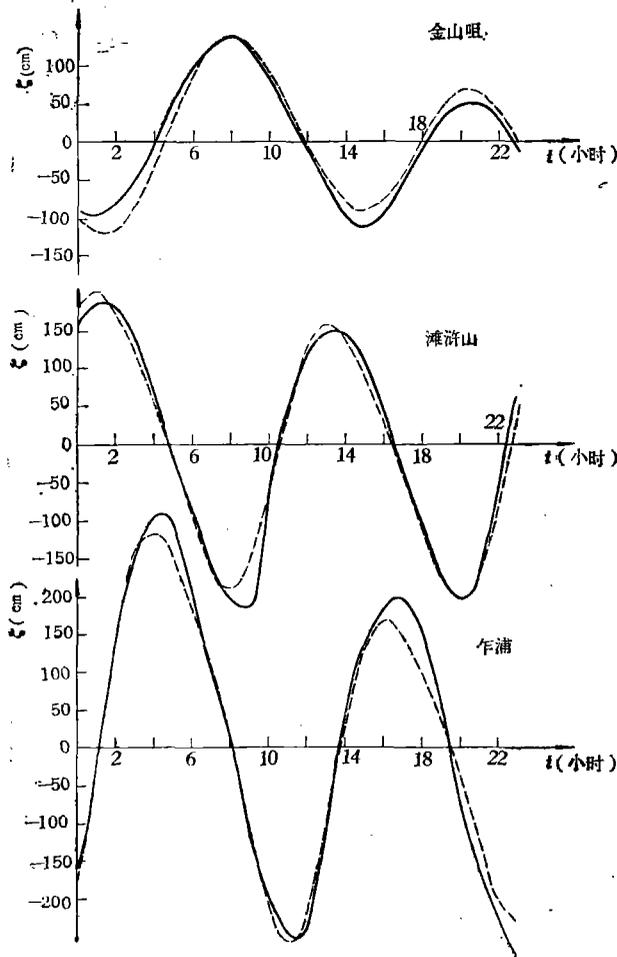


图 2 实测潮位过程线与推算潮位过程线的比较
—— 实测值； ---- 预报值

例, 将计算结果与计算区域内搜集到的所有 21 个潮流观测站的潮流调和常数作了比较, 北分量迟角的平均绝对误差为 14.4° , 振幅的平均相对误差为 23.7% , 流速较大的东分量情况较好, 迟角的平均绝对误差为 6.5° , 振幅的平均相对误差为 16.9% 。

我们还按均匀分布的原则挑选了 4 个站(见图 1), 推算值和实测值比较的结果, 流向符合得比较好, 除转流时外, 偏差多在 20° 以下。流速则 1, 2 两站符合得比较好, 误差 $> 20\text{cm/s}$ 的只有一个点, 3, 4 两站符合得比较差, 主要在最大流速时推算值较实测值偏小(见图 3)。但从 M_2 分潮流椭圆长短轴分布图中(见图 8)仍可看出, 推算的潮流椭圆长短轴和实测结果相当一致。

总之, 推算所得潮流调和常数虽有一定误差, 但尚能反映潮流的真实情况。

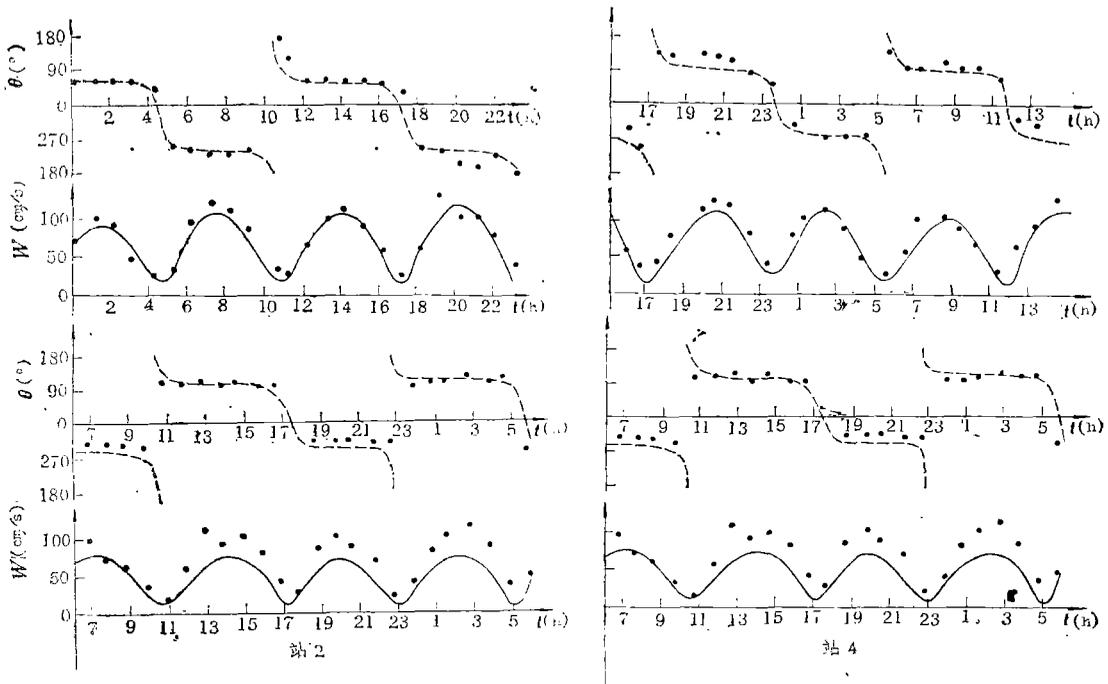


图 3 1—4 站推算流向流速过程线与实测值之比较

----- 为流向过程线; ———— 为流速过程线; ● 为实测值
(图中左中上为站 1, 右中上为站 3)

三、杭州湾潮汐潮流的分布

我国近海区的潮振动主要为太平洋潮波所引起的胁振动。太平洋潮波经日本与台湾, 由东南向西北传播, 进入东海后形成东海、黄海和渤海的潮振动。半日潮波在东海的大部分海区保持了前进波的特点。日潮波的传播情况与半日潮波类似。

(一) 杭州湾的潮汐

我们根据计算结果绘制了杭州湾主要的全日分潮 $\left(\frac{O_1 + K_1}{2}\right)$ 和半日分潮 (M_2) 的等振幅线和同潮时线分布图(图 4, 5)。

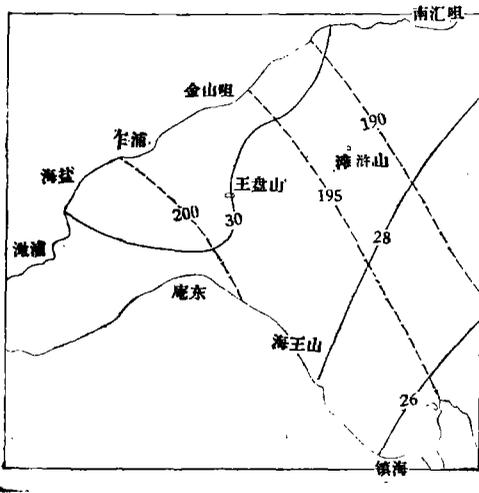


图 4 杭州湾全日分潮 $\left(\frac{O_1 + K_1}{2}\right)$ 等振幅线和同潮时线分布图
 ——等振幅线 (单位: cm);
 ----同潮时线 [单位: (°)]

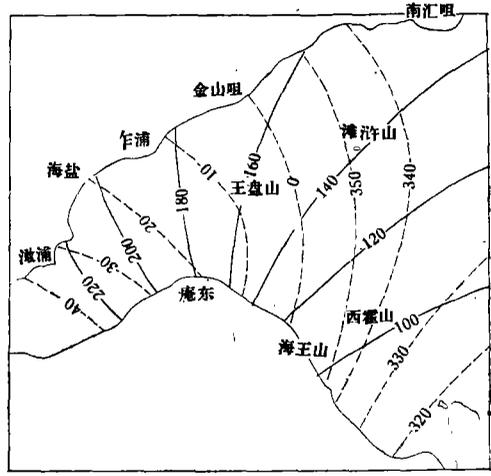


图 5 杭州湾半日分潮 (M_2) 等振幅线和同潮时线分布图
 ——等振幅线 (单位: cm);
 ----同潮时线 [单位: (°)]

由图 4 可见,杭州湾的全日分潮 $\left(\frac{O_1 + K_1}{2}\right)$ 主要从东北方向进入湾内,同潮时线呈东南-西北向,南汇咀附近最先发生高潮,约一个半小时后,澉浦断面南端发生高潮。等振幅线则呈西南-东北向,菜花山附近振幅最小,不到 26cm,海盐附近最大达 30cm。但总的来说,整个海区变化较小,变幅仅 4cm 左右。

由图 5 可见,杭州湾的半日分潮 (M_2) 在湾口从东南向西北传播,在镇海附近同潮时线为西南-东北向。经过西霍山的 340° 同潮时线呈明显的弧形,显示在经过西霍山的纵断面上,南北两岸出现高潮较中央为早。但随着潮波向湾内的传播,南北两岸出现高潮的时间相差越来越大。差不多位于同一纵断面上的乍浦附近的高潮时较庵东要提前 26min。根据实测 M_2 分潮的迟角,乍浦与庵东相差 12.2° ,大约提前 25min,实测与推算均说明潮波在北岸传播较快。这可能是由于杭州湾北岸水深岸陡,南岸水浅多沙滩,潮波传播的速度在深水处较大的缘故。从海图上可以看出,南汇—澉浦的广大湾区,最深的水深线偏在湾的北侧。在潮波向湾内传播的同时,等振幅线的走向由西南-东北向逐渐转向南-北向以至东南-西北向。即在湾口和湾内广大范围内,在同一纵断面上,北岸的潮差比南岸要大,但随着潮波向湾内的传播,南北两岸水位振幅的差距越来越小,这可能是海湾宽度逐渐变小的缘故。自南汇高潮到澉浦高潮,约需两个半小时。在潮波自湾口向湾顶传播的过程中,潮差沿程逐渐增加, M_2 分潮的振幅从金塘山附近的 0.9m 左右增加到澉浦附近的 2.5m 左右,增加的幅度很大。这是由于湾宽逐渐减小的地形所造成的。

此外,我们还计算出经过南汇咀—菜花山—金塘山断面进入杭州湾的能通量为 $3.24 \times 10^9 \text{J/s}$,全日分潮的能通量仅 $0.03 \times 10^9 \text{J/s}$ 。如果把断面平均分为南北两段,则全日分潮由北段进入杭州湾的能通量为 $3.28 \times 10^7 \text{J/s}$,南段为 $0.23 \times 10^7 \text{J/s}$,半日分潮由北段进

入杭州湾的能通量为 $2.11 \times 10^9 \text{J/s}$ ，南段为 $1.13 \times 10^9 \text{J/s}$ 。由此可见，全日分潮主要从北段进入杭州湾，半日分潮则可分为南、北两股，北股较南股为强。由激浦断面流入钱塘江的能通量为 $2.96 \times 10^9 \text{J/s}$ ，在杭州湾内消耗的能量为 $29.74 \times 10^8 \text{J/s}$ ，大约为进入杭州湾能通量的 91%。

由于地形的影响，杭州湾的浅水分潮也是不可忽略的。在计算海区内， M_4 分潮的振幅以菜花山最小，仅 2.4cm；海盐最大，实测为 24.3cm，推算为 27.5cm，为半日分潮振幅的 1/8，与全日分潮的振幅(31.1cm)几乎相等。 M_4 分潮在湾内的变化幅度也是最大的(参看图 6)。 M_4 分潮的振幅在菜花山亦为 2.4cm，海盐为最大，实测 8.4cm，推算 8.7cm。如果考虑到与 M_4 分潮振幅几乎同等大小的 MS_4 分潮，浅水分潮对潮位的贡献则更是不可忽视的。

(二) 杭州湾的潮流

我们根据计算结果绘制了主要全日分潮流 $\left(\frac{O_1 + K_1}{2}\right)$ 和半日分潮流(M_2)椭圆长短轴分布图(图 7, 8)，并绘上了实测潮流椭圆长短轴，由图可见，计算结果与实测结果颇为一致。个别点全日潮流的计算与实测结果相差较大，其重要原因是由于全日潮流弱，观测结果本身误差较大所致。

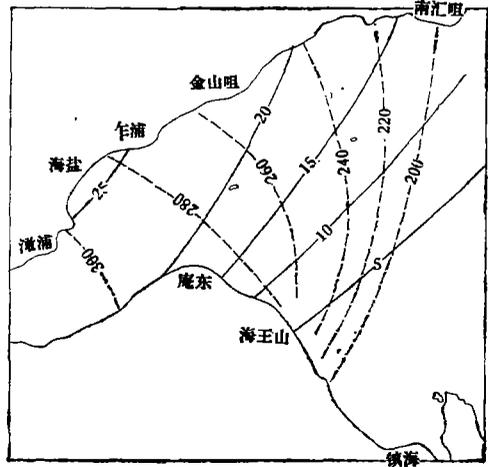


图 6 杭州湾 M_4 分潮等振幅线和同潮时线分布图
——等振幅线(单位: cm); ----同潮时线[单位: (°)]

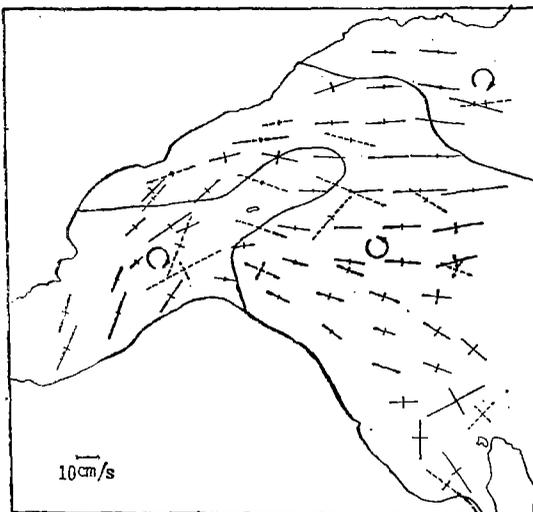


图 7 杭州湾全日分潮流 $\left(\frac{O_1 + K_1}{2}\right)$ 椭圆长短轴分布图
——推算值; ----实测值 (箭头表示旋转方向)

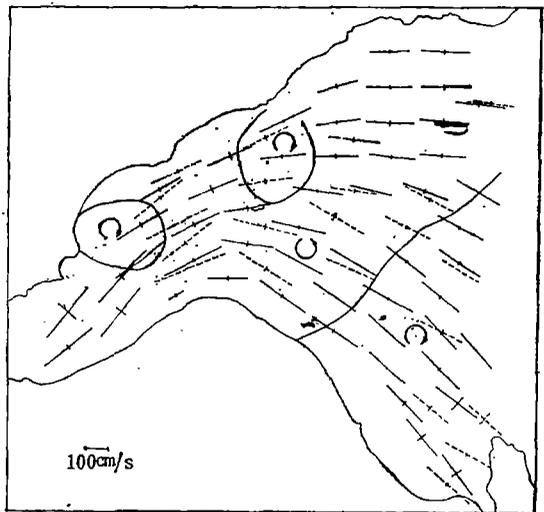


图 8 杭州湾半日分潮流(M_2)椭圆长短轴分布图
——推算值; ----实测值 (箭头表示旋转方向)

由图 7,8 可见,在计算区域内,除东南部西霍山附近海区具有旋转流性质外,大都为往复流,其椭圆长轴在海区北部多为东-西向,在海区南部多为东南-西北向,与岸线基本平行。经过王盘山断面后,流向逐渐转向西南方向,仍与岸线走向一致。在计算海区内,北部潮流比较强,南部比较弱。全日分潮流 $\left(\frac{O_1 + K_1}{2}\right)$ 在整个计算海域内流速变化不大,均在 10cm/s 左右。 M_2 分潮流,由湾顶向湾口,流速逐渐增加。在南汇咀—菜花山—金塘山断面,最大流速约 110cm/s,到王盘山南增加到 120cm/s;王盘山以西由于水深变浅流速增加较快,到激浦附近可达 150 cm/s 左右。 M_2 分潮流出现最大流速的时间激浦要比南汇咀迟一个多小时。

杭州湾的浅海分潮流也是相当大的。 M_4 分潮流的最大流速在湾口处比全日分潮流 $\left(\frac{O_1 + K_1}{2}\right)$ 略大,到激浦则增加到 30cm/s—40cm/s。 M_6 分潮流最大流速在湾口处约为 5cm/s,到激浦增加到近 20cm/s。

由上可知,在杭州湾的潮流中,半日分潮流(M_2 和 S_2)及其倍潮流(M_4)和复合潮(MS_4)占主导地位,全日分潮流甚至比浅水分潮流还要弱。

(三) 杭州湾潮汐、潮流的某些重要特征

前面我们对杭州湾各分潮潮汐、潮流的分布进行了分析。实际潮汐是这些分潮叠加的结果。由于杭州湾半日潮占明显优势, M_2 分潮可基本上反映出合成潮流的空间分布特征,但其他分潮对合成潮波亦有一定影响。为考察这些影响,我们曾绘出沿杭州湾湾轴各点在一个太阴日内的潮位和流速过程曲线(图略)。由这些过程曲线我们可看到如下一些特征:

1. 潮汐和潮流均呈现明显的半日潮性质,日潮不等不显著。相比之下,高潮不等较低潮不等要大得多。典型的高潮不等大约在 0.5m 左右,而低潮不等则是高潮不等的 1/3 左右。因此可以判断,在月赤纬最大的后两天左右,高潮不等可达 1m 左右。造成这种现象的原因是由于计算海区全日潮和半日潮的相角差 $2\theta_1 - \theta_2$ 在 30° 左右,比较靠近 0° 。

2. 转流时刻发生在高、低潮附近但略迟于高、低潮时刻,最大流发生在半潮位附近而略迟于半潮位时刻,时差大约为 40min。从这个角度来看,潮波接近于驻波性质。但从同潮图(图 4,5)看,潮波又显示出前进波的特征。关于杭州湾潮波性质,目前亦有两种不同的看法^[3,7],因而还需要作进一步的探讨。

3. 随着潮波向湾内传播,其畸变逐渐加大。这主要表现在潮位变化过程的不对称性加大,涨潮时间比落潮时间短,涨潮流时间比落潮流时间短,而且前者流速比后者大。

四、小 结

总的来看,数值计算获得了与观测相一致的结果,特别潮位符合得较好。利用计算结果可以更充分地了解本海区潮汐、潮流的特性。因此,数值计算将可以用来预测由于工程等原因造成地形改变后潮波的可能变化。

但是也应看到,潮位计算值与实测值的一致性,部分地应当归因于边界条件的选取方

式。在计算时,海区的两边开边界上的潮位都是给定的。这就使得,即使差分方程以及海区内的有关参数(如水深,摩擦系数等)本身存在一定误差,但由于边界条件的强制作用而使两个边界间的潮位值仍能获得与实测一致的效果。为获得更符合客观实际的结果,在今后进一步地计算中,我们将设法回避在西边界给定实测潮位这个条件。

参 考 文 献

- [1] 方国洪, 1974. 潮汐分析和预报的准调和分潮方法 I. 准调和分潮. 海洋科学集刊 **9**: 1—15.
 [2] 方国洪, 1981. 潮汐分析和预报的准调和分潮方法 III. 潮流和潮汐分析的一个实际计算过程. 海洋科学集刊 **18**: 20—40.
 [3] 叶安乐, 1983. 杭州湾的潮汐. 海洋湖沼通报 **4**: 9—16.
 [4] 成安生、施麟宝、何满生, 1979. 杭州湾二维潮波计算. 浙江省钱塘江工程管理局、浙江省河口海岸研究所“科研成果选编”第四辑 164—169.
 [5] 林秉南、赵雪华、施麟宝, 1980. 河口建坝对杭州湾潮波的影响. 水利学报 **3**: 16—26.
 [6] 曹德明, 1984. 胶州湾潮汐潮流的数值计算. 海洋科学集刊 **21**: 157—164.
 [7] 曹永芳, 1981. 长江口杭州湾潮汐特性的研究. 海洋科学 **4**: 6—9.
 [8] Bretschneider, G., 1967. Anwendung des Hydrodynamisch-Numerischen Verfahrens zur Ermittlung der M_2 - M_4 Tschwingungszeit der Nordsee. Mitteilungen des Institute für Meereskunde der Universität Hamburg, NY. VII S. 20—21.
 [9] Flather, R. A. and N. S. Heaps, 1975. Tidal Computations for morecambe bay. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* **42**: 489—517.

A NUMERICAL COMPUTATION OF THE TIDES AND TIDAL CURRENTS IN HANGZHOU BAY*

Cao Deming and Fang Guohong

(Institute of Oceanology, Academia Sinica, Qingdao)

Based on the two-dimensional nonlinear hydrodynamic equations the tides and tidal currents in the Hangzhou Bay are numerically solved using finite difference method. The tidal flats, which appear and are submerged when the water level falls and rises, are also simulated. The diurnal [$(K_1+O_1)/2$], semidiurnal (M_2) and shallow-water (M_4 , M_6 , ...) constituents of tide and current are obtained. The results agree with the observed data satisfactorily. The distributions of tide and tidal current in the Bay are illustrated.

* Contribution No. 1280 from the Institute of Oceanology, Academia Sinica.