

# 风浪场波生横向彻体切应力的分析\*

高山 孙孚

(华东师范大学河口海岸国家重点实验室 上海 200062)

(中国海洋大学 青岛 266003)

**提要** 使用风浪经验公式和风浪传入近岸的小振幅波动理论计算并分析了地转条件下波生横向彻体切应力随风速、风区、水深等因素的变化规律。结果表明,彻体切应力随风速、风区的增大而增大,直到波浪达到完全成长状态,但增长速度并不规则;为更加直观的显示彻体切应力的海流驱动作用,将其与定常 Ekman 漂流中的风生湍粘性力进行了有意义的比较,结果表明,在中、高纬度的通常海况下两者具有相同量级,因此,在有波浪场存在的条件下,由风、浪共生海流的总体强度将比理论 Ekman 漂流大,并且不会完全符合 Ekman 漂流理论的转向规律,在表层尤其明显。由此说明,在一定情况下在风生漂流研究中考虑由地转引起的波生横向彻体切应力是非常必要的。

**关键词** 波生横向彻体切应力,风浪经验公式,Ekman 漂流,风生湍粘性力

**中图分类号** P930

海浪是海洋中一种重要的运动形式,其周期尺度通常为  $10^0-10^1$ s, 波长尺度通常为  $10^1-10^2$ m, 因此在海洋运动学研究中海浪一般被视为一种典型的小尺度运动现象,而忽略地转效应的影响。但众所周知,一个风浪过程可持续数 10 小时,波及范围可达上千公里,而涌浪甚至可以跨洋传播,具有更大的时空尺度,此时海浪表现为对水体的一种持续而又广泛的作用。正是由于海浪所具有的这种特征,因此在特定情况下必须考虑其对海洋大尺度运动的影响。Hasselmann(1970) 曾经指出,在不考虑粘性的旋转坐标系中,一个定常均匀的简谐波场在科氏力的作用下将会产生一个相对于其传播方向向右的横向切应力,并由此产生相应的方向相同的彻体切应力,其值为地转参数与 Stokes 漂流的乘积。Xu 等(1994) 进一步论证了 Hasselmann 的理论,并指出在通常海况下,横向切应力在海面上的值可达 0.1Pa, 与典型的风应力量级相当,同时他们还通过定常漂流模型证明横向切应力的作用是产生一个与 Stokes 漂流大小

相等方向相反的流动,因此海浪的总体作用不会产生净流动。但上述工作,包括 Hasselmann 的论证忽略了地转角速度水平分量的作用,并非真正地转意义下的结果,从而在理论上存在不足;另一方面,只对表面横向切应力的大小做了粗略估计,并未分析横向切应力的垂向变化所产生的体力,即横向彻体切应力,对水体推动的整体效应;同时其定常状态下产生反 Stokes 漂流的理论也具有一定的局限性,这是因为横向切应力是随地转参数的变化而变化的,不同的纬度达到平衡状态所需的时间会差别很大(例如,在近赤道地区的中海况风浪在理论上需要持续半年以上才能产生所谓的反 Stokes 漂流),而海洋并非处于定常状态,海浪的作用也不会太持久,因此只有实时分析实际海浪场中的横向彻体切应力的作用才有实际意义。

针对以上两方面问题,孙孚等(2003) 依据  $f$  平面近似下线化无粘流体运动方程的一般形式,并考虑地转角速度水平分量的作用,导出了真正

\* 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目,20020423007 号;国家自然科学基金项目,40276010 号、49976003 号、49876012 号;国家重点基础研究发展规划项目,G1999043809 号;上海市博士后科研资助计划项目,2005 年。高山,博士, E-mail: BH200397@student.ecnu.edu.cn

收稿日期:2004-05-12, 收修改稿日期:2005-04-16

地转意义下均匀水底上的小振幅波动解。为了更确切的估计这种横向切应力对海流的驱动作用,作者尝试使用风浪经验公式和风浪传入近岸的小振幅波动理论来求得横向彻体切应力与风速、风区、水深等的关系式,并通过在具体条件下的结果分析来展示横向彻体切应力随各要素的变化规律,最后在深水条件下将其与定常 Ekman 漂流中的风生湍粘性力进行比较,并由此判断彻体切应力的海流驱动作用。

### 1 由风浪经验公式分析波生横向彻体切应力

按照孙孚等(2003)在考虑地转角速度水平分量前提下得到的真正地转意义下均匀水底上的无粘性小振幅波动解,假定波浪沿  $x$  轴正向传播,波浪可产生相应的波生横向切应力

$$\vec{\tau}(z) = - \frac{\rho a^2 \sigma^2}{2k \sinh^2 kh} [i n \sinh^2 \lambda(z+h) + j \frac{f\lambda}{2\sigma} \sinh^2 \lambda(z+h)] \quad (1a)$$

式中参数  $n = \frac{hf \cdot f}{\sigma^2 - f^2} \cdot \sin \alpha$ ,  $\lambda = \frac{k\sigma}{\sigma^2 - f^2} \cdot \sqrt{\sigma^2 - f^2 - f^2 \cdot \sin^2 \alpha}$ ,  $\rho$  为海水密度,  $a$  为振幅,  $k$  为波数,  $\sigma$  为圆频率,  $h$  为水深,  $f = 2\omega \sin \phi$ ,  $f = 2\omega \cos \phi$  分别为地转参数的垂直与水平分量,  $\omega$  为地转角速度,  $\phi$  为纬度,其中使用右手坐标系坐标的  $x$ - $o$ - $y$  平面与海面重合,  $z$  轴垂直向上,  $i$ 、 $j$ 、 $m$  分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴的单位矢量,  $\alpha$  为波向与正东方向的夹角。可以看到,地转参数水平分量会产生与波向相反的切应力,但注意到对海浪来说,  $f/\sigma$  和  $f/\sigma$  均为  $10^{-4}$ — $10^{-5}$  的量级,因此在精确到一阶的条件下,仍有  $n = 0$ ,  $\lambda = k$ , (1) 式即退化为 HasseImann(1970) 提出的波生横向切应力

$$\vec{\tau}(z) = - j \rho a^2 f \sigma \frac{\sinh^2 k(z+h)}{4 \sinh^2 kh} \quad (1b)$$

显然相对于海浪传播方向,上述切应力将相应产生一个施加于其下方水体向右的作用力

$$T = \frac{\partial \vec{\tau}(z)}{\partial z} = - j \frac{\rho a^2 \sigma k}{2 \sinh^2 kh} \cosh^2 k(z+h) \quad (2)$$

该作用力具有彻体力的性质,因此称为波生横向彻体切应力。这种作用力直接反映了波生横向切应力对海流的驱动作用。为简便起见,以下省略其方向矢量  $-j$ 。注意到  $i \alpha^2 k \frac{\cosh^2 k(h+z)}{2 \sinh^2(kh)}$

即为 Stokes 漂流速度  $u_{st}$ , 故有

$$T = - \rho \vec{m} \times \vec{u}_{st} \quad (3)$$

即彻体切应力乃是地转参数的垂直分矢量  $f_m$  与 Stokes 漂流速度矢量  $u_{st}$  的叉乘积。

在深水情况下 ( $h \rightarrow \infty$ ), 上式近似为

$$T = \rho a^2 \sigma k e^{2kz} \quad (4)$$

由(4)式可以看出彻体切应力与海浪波高  $a$  的平方成正比,与地转参数垂向分量  $f$  成正比,且随深度呈指数形式迅速衰减,  $e$  折尺度为  $-\delta_{st} = -\frac{1}{2k}$ ,  $\delta_{st}$  即为熟知的 Stokes 深度,说明它的作用集中于 Stokes 深度之上。

既然彻体切应力是波生横向切应力作用的外在表现,具体分析这种彻体切应力的有关性质是必要的。首先作者使用在工程上广泛应用的 Wilson IV 海浪经验公式(Wilson, 1965)来讨论深水情况,而在浅水情况下,则将按照常深度小振幅波动理论来计算传至近岸的风浪。必须注意到,由于地转参数垂向分量  $f = 2\omega \sin \phi$  与彻体切应力的强度成正比,所以纬度越高,相同条件下产生的彻体切应力就越大,反之亦然。以下的讨论将针对我国北部海域的情况,而对于其它纬度的海域不难计算其相关属性。

#### 1.1 深水情况下波生横向彻体切应力的性质及变化规律

在深水情况下, Wilson IV 公式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{c}{U} &= 1.37 \{1 - [1 + 0.008(\frac{gx}{U^2})^{1/3}]^{-5}\} \\ \frac{gH}{U^2} &= 0.30 \{1 - [1 + 0.004(\frac{gx}{U^2})^{1/2}]^{-2}\} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中  $H$ ,  $c$  分别为海浪的有效波高及波速,  $U$  为海面 10m 高度处的风速,  $x$  为风区长度,  $g$  为重力加速度。通过变换可得到有效波高  $H$  及圆频率  $\sigma$  与风速  $U$  和风区  $x$  的关系式为

$$\left\{ \begin{aligned} H &= 2a = 0.30 \{1 - [1 + 0.004(\frac{gx}{U^2})^{1/2}]^{-2}\} \cdot \frac{U^2}{g} \\ \sigma &= \frac{g}{c} = \frac{g}{1.37 \{1 - [1 + 0.008(\frac{gx}{U^2})^{1/3}]^{-5}\} \cdot U} \end{aligned} \right. \quad (6)$$

利用小振幅波动的深水频散关系

$$\sigma^2 = gk \quad (7)$$

可将公式(4)变为

$$T = \rho a^2 \sigma k e^{2kz} = \frac{\rho H^2 \sigma^3}{4g} \cdot e^{2\frac{\sigma}{g}z} \quad (8)$$

其随水深衰减的  $e$  折尺度

$$\delta_{st} = \frac{g}{2\sigma^2} = \frac{0.94\{1 - [1 + 0.008(\frac{gx}{U^2})^{1/3}J^{-5}]^2\} \cdot U^2}{g} \quad (9)$$

将(6)式代入(8)、(9)式,即可求得深水条件下彻体切应力随风速  $U$ 、风区  $x$  以及水深  $z$  的变化规律。

由于 Wilson 公式不适于计算充分成长海浪,故根据 P-M 无因次充分成长风浪谱 (Pierson *et al*, 1964) 可计算出在充分成长状态下深水海浪的有效波高、圆频率、彻体切应力及其深度衰减  $e$  折尺度的表达式

$$\begin{cases} H \approx 0.208 \frac{U^2}{g} \\ \sigma \approx 0.936 \frac{g}{U} \end{cases} \quad (10)$$

$$T|_{z=0} = \frac{\rho f H^2 \sigma^3}{4g} \cdot e^{2\frac{\sigma^2}{g}z} \approx 0.0089 \cdot \rho U \cdot e^{\frac{17.183}{U^2}z} \quad (11)$$

$$\delta_{st} = \frac{g}{2\sigma^2} = \frac{U^2}{17.183} \quad (12)$$

首先分析其随风速的变化。对应于我国黄海海域的情况,固定风区长度可取为  $x = 500\text{km}$ ,并取地理纬度  $\phi = 36^\circ$ ,则  $f = 8.55 \times 10^{-5}$ ,由此计算出不同风速条件下各种海浪要素以及相应彻体切应力的强度,结果见表 1。

表 1 波浪要素以及彻体切应力强度随风速变化

Tab.1 The variation of waves parameters and lateral body force with wind speed

风速 $U(\text{m/s})$	波高 $H(\text{m})$	圆频率 $\sigma(1/\text{s})$	波数 $k(1/\text{m})$	$T _{z=0}(\text{N/m}^3)$	$\delta_{st}(\text{m})$
5	0.67	1.680	0.288	0.005	1.74
10	2.20	0.989	0.100	0.010	5.01
15	4.16	0.751	0.058	0.016	8.69
20	6.36	0.626	0.04	0.022	12.49
25	8.70	0.548	0.031	0.027	16.29
30	11.13	0.494	0.025	0.033	20.05
35	13.61	0.454	0.021	0.038	23.75
40	16.15	0.423	0.018	0.043	27.39

其中  $T|_{z=0}$  为彻体切应力在海面的值,此处所使用的有效波波高和周期相对于平均波高和周期能更好的反映海浪能量。表 1 所得的波高及相应的风速与常规风浪风级图表(辛宝恒, 1991)的数据非常吻合。根据公式(8)、(9)可以绘出不同风速下彻体切应力随水深变化的剖面图(图 1)以及相应的 Stokes 深度  $\delta_{st}$  的变化曲线示意图(图 2)。

由图 1、图 2 和表 1 可以看出,在风区固定时:

(1) 随着风速的上升,海浪的波高迅速增大,

但由于其波数减小,海面的彻体切应力强度并未陡增,而基本呈线性增长。实际上由(11)式已知在充分成长状态下彻体切应力的表面强度确与风速成正比。

(2) 随着风速的上升,波数减小,所以 Stokes 深度  $\delta_{st}$  急剧变大,也即切应力对水体作用的有效深度将随风速的增强而迅速变大。由图 2 可见,由于未达到充分成长状态,在大风速下  $\delta_{st}$  随风速大致呈线性增长状态,而由(12)式可知,在充分成长状态下,  $\delta_{st}$  将与风速  $U$  的平方成正比。

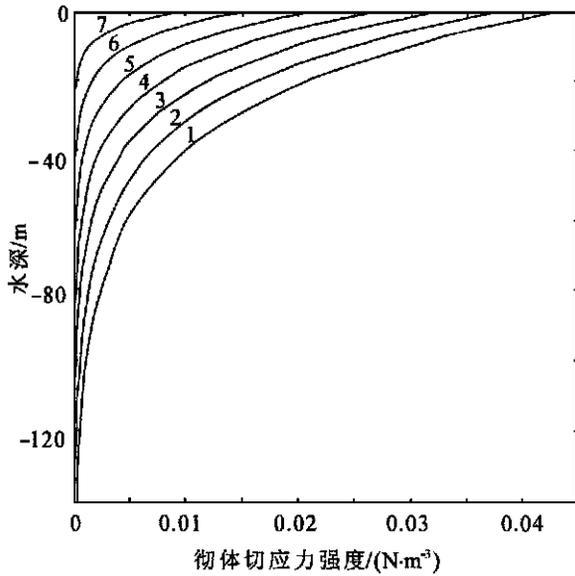


图 1 不同风速下切体切应力随水深变化剖面图 (风区  $x = 500\text{km}$ ), 不同线段对应不同风速

Fig.1 The vertical profile of lateral body force under different wind speeds (wind fetch  $x = 500\text{km}$ ), different line represents different wind speed  
 1:  $U = 40\text{m/s}$ ; 2:  $U = 35\text{m/s}$ ; 3:  $U = 30\text{m/s}$ ; 4:  $U = 25\text{m/s}$ ; 5:  $U = 20\text{m/s}$ ; 6:  $U = 15\text{m/s}$ ; 7:  $U = 10\text{m/s}$

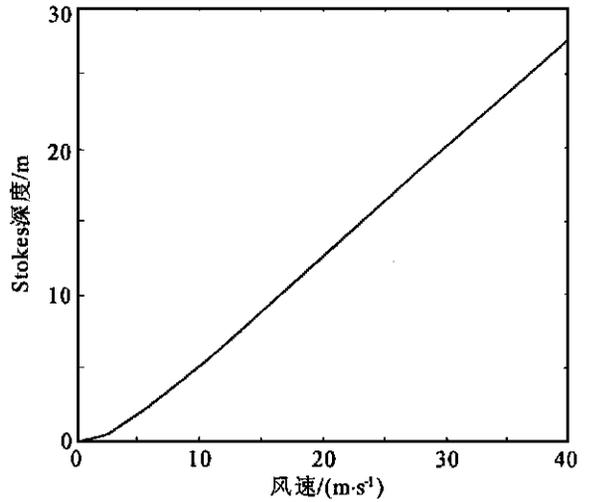


图 2 Stokes 深度  $\delta_{st}$  随风速变化示意图 (风区  $x = 500\text{km}$ )

Fig.2 The variation of Stokes depth  $\delta_{st}$  with wind speed (wind fetch  $x = 500\text{km}$ )

下面分析切体切应力随风区的变化规律。根据实际观测的黄海大风的平均风速 (辛宝恒, 1991), 设定 10m 高度的风速为  $U = 15\text{m/s}$ , 然后计算不同风区下各种海浪要素以及相应的切体切应力强度, 结果见表 (2)。

表 2 波浪要素以及切体切应力强度随风区变化

Tab.2 The variation of waves parameters and lateral body force with wind fetch

风区 $x$ (km)	波高 $H$ (m)	圆频率 $\sigma$ (1/s)	波数 $k$ (1/m)	$T _{z=0}$ ( $\text{N/m}^3$ )	$\delta_{st}$ (m)
10	1.02	1.87	0.36	0.015	1.40
25	1.51	1.46	0.22	0.016	2.30
50	2.00	1.23	0.15	0.016	4.35
100	2.58	1.04	0.11	0.016	4.54
200	3.24	0.89	0.08	0.016	6.13
300	3.64	0.83	0.07	0.016	7.20
500	4.16	0.75	0.06	0.016	8.69

同样依据公式 (8)、(9) 可以画出不同风区下切体切应力随水深变化的剖面图 (图 3) 以及相应的 Stokes 深度  $\delta_{st}$  的变化曲线示意图 (图 4)。

从图 3、4 和表 2 中可以看出:

(1) 随着风区的延长, 风浪不断的成长, 不但其波高增大, 波数也变小。由于波高增大所产生

的增强效应与因波数变小带来的削弱效应相互抵消, 因此切体切应力的表面强度并不随风区长度显著变化, 在超过一定距离后便趋于定常, 如在  $15\text{m/s}$  风速下风区超过  $25\text{km}$  后即不变。

(2) 影响深度  $\delta_{st}$  却随着波数的减小而增大, 因此风区越长,  $T$  随水深的衰减就越缓慢。不过

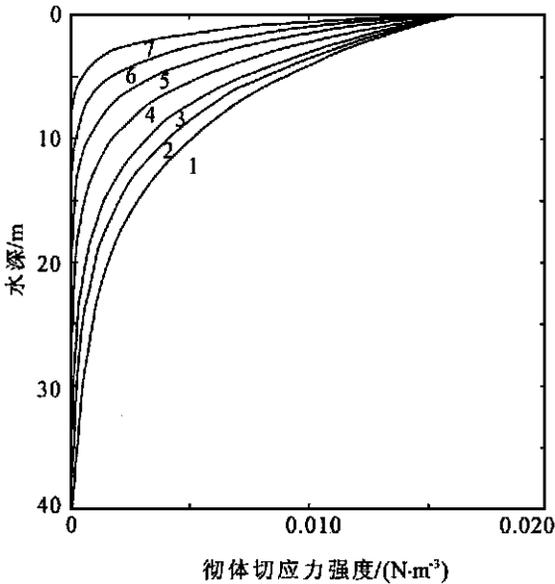


图3 不同风区下彻体切应力随水深变化剖面图 (风速  $U=15\text{m/s}$ ), 不同线段对应不同风区

Fig. 3 The vertical profile of lateral body force under different wind fetches (wind speed  $U=15\text{m/s}$ ), different line represents different wind fetch  
 1:  $x=500\text{km}$ ; 2:  $x=300\text{km}$ ; 3:  $x=200\text{km}$ ; 4:  $x=100\text{km}$ ; 5:  $x=50\text{km}$ ; 6:  $x=25\text{km}$ ; 7:  $x=10\text{km}$

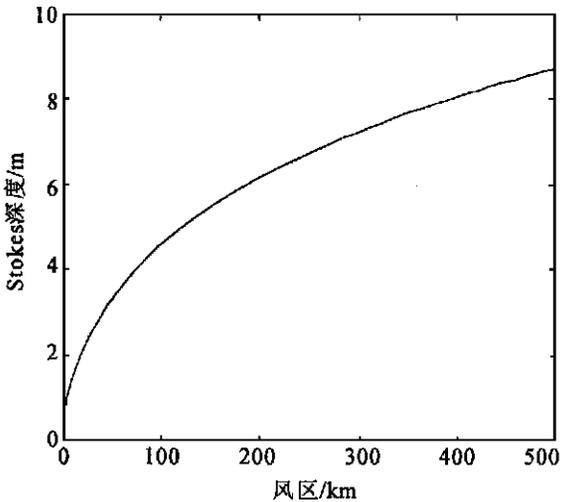


图4 Stokes 深度  $\delta_{st}$  随风区变化示意图 (风速  $U=15\text{m/s}$ )  
 Fig. 4 The variation of Stokes depth  $\delta_{st}$  with wind fetch (wind speed  $U=15\text{m/s}$ )

$\delta_{st}$  的这一增大趋势随着风区的增长而减缓, 由 (11)、(12) 式可见, 当海浪达到充分成长状态后 ( $\frac{\rho g}{U^2} \rightarrow \infty$ ), 随着波浪要素的不再变化,  $T$  和  $\delta_{st}$  也

将与风区  $x$  无关。

总之, 固定风速下, 风区越长, 波浪场所产生的横向彻体切应力作用的有效深度就越大, 其对水体的总体作用就越强, 但随着风浪的成长将趋于常值。

### 1.2 浅水情况下波生横向彻体切应力的性质及变化规律

近岸的海浪包括两部分, 一是由风应力直接激起的风浪, 二是由深水传至近岸的涌浪。由于近岸风区狭窄, 且受地形影响, 由风直接引起的海浪较小, 因此近岸海浪主要是由深水传入的。当海浪传入近海时, 在破碎前其波高、波长、波速等将发生相应的变化, 此即海浪的“变浅作用”。按照风浪向近岸传播的小振幅波动理论 (文圣常, 1984) 可知:

- 假设 (1) 海水深度变化缓慢;
- (2) 波面守恒, 从而周期不变;
- (3) 跨过各铅直断面的能通量不变;

则当在  $h/\lambda_0 > 0.1$  时, 有

$$H = H_0 \cdot \left[ \frac{2\cosh^2 kh}{2kh + \sinh^2 kh} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

$$\sigma = \sigma_0 \quad (14)$$

其中各波浪要素以“0”下标表示深水情况, 无下标代表浅水情况, 例如  $\lambda_0$  表示海浪在深水时的波长,  $\lambda$  则为海浪传至浅水时的波长。为方便讨论, 公式 (2) 可改写为

$$T = \frac{\rho f H^2}{4} \alpha_k \frac{\cosh^2 k(h+z)}{2\sinh^2(kh)} \quad (15)$$

现假定相应的传入风浪条件为  $U=15\text{m/s}$ , 风区长度为  $500\text{km}$ , 则有  $H_0=4.16\text{m}$ ,  $k_0=0.058\text{m}^{-1}$ 。使用数值计算方法, 通过 (13)、(14) 式和浅水重力波的频散关系式  $\sigma = \sqrt{gk \tanh(kh)}$  可求出波数  $k$  及波高  $H$  随深度的变化情况 (图 5)。

将结果代入 (15) 式, 即可计算分析波生横向彻体切应力随水深的变化规律。不同水深条件下各种海浪要素及相应的彻体切应力强度的结果见表 3。

注意到  $T|_{z=0} = \frac{\rho f H^2}{4} \alpha_k \cdot \frac{\cosh^2 kh}{2\sinh^2(kh)}$ , 其中

包含了一个浅水因子  $\frac{\cosh^2 kh}{2\sinh^2 kh}$ 。由此可以画出不同深度条件下彻体切应力强度剖面图 (图 6)。

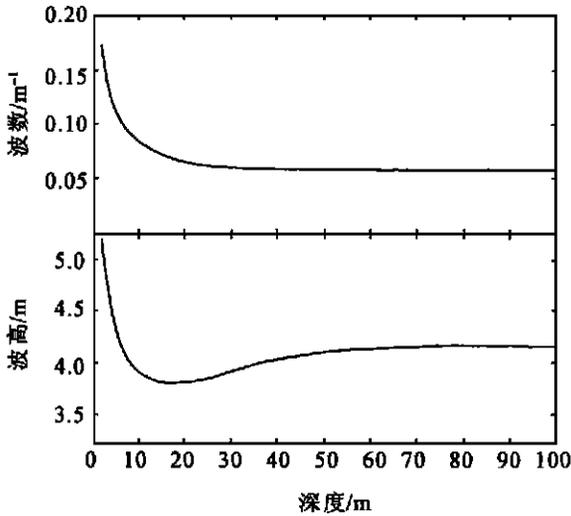


图 5 风浪传入浅水时波数  $k$  及波高  $H$  随深度的变化  
 Fig. 5 The variation of wave number and wave height with the shallowing of bottom depth

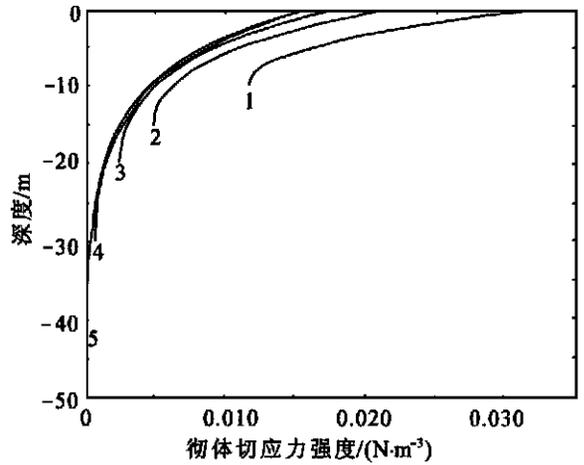


图 6 不同深度条件下彻体切应力强度剖面图 (风速  $U=15\text{m/s}$ ), 不同线段对应不同深度  
 Fig. 6 The vertical profile of lateral body force under different bottom depth (wind speed  $U=15\text{m/s}$ ), different line represents different bottom depth  
 1:  $h=10\text{m}$ ; 2:  $h=15\text{m}$ ; 3:  $h=20\text{m}$ ; 4:  $h=30\text{m}$ ; 5:  $h=50\text{m}$

表 3 传入近岸的波浪要素以及彻体切应力强度随水深变化

Tab. 3 The parameters of incident waves and lateral body force varying with water depth

水深 $h$ (km)	波高 $H$ (m)	圆频率 $\sigma$ (1/s)	波数 $k$ (1/m)	$Tl_{\infty 0} (\text{N/m}^3)$	浅水因子 $\frac{\cosh 2kh}{2\sinh^2 kh}$
$\infty$	4.16	0.75	0.058	0.016	1.000
100	4.16	0.75	0.058	0.016	1.000
50	4.11	0.75	0.058	0.016	1.006
30	3.92	0.75	0.061	0.016	1.055
20	3.81	0.75	0.066	0.018	1.163
15	3.81	0.75	0.072	0.022	1.291
10	3.92	0.75	0.084	0.032	1.564

由分析上述数据和图 1—6 及表 1—3 可见:

(1) 海浪的“变浅作用”使彻体切应力的强度增大。这是因为当海浪传入近岸时, 波高先是略有降低, 其最小值约为  $0.91H_0$ , 但当  $h/\lambda_0 < 0.2$  后, 波高不降反增, 而波数则随深度的减小而增大, 同时地形的变浅导致了浅水因子的急剧膨胀, 直接放大了彻体切应力。因此传入近岸后, 海浪的彻体切应力将大于深水情况。

(2) 近岸海浪彻体切应力强度的增大, 以浅水因子的直接作用为最大, 波高降低与波数增大, 两者作用大致抵消。

(3) 彻体切应力强度并非随深度线性增长, 尽管“变浅作用”开始时已影响到其他波要素, 但

彻体切应力依然变化不大, 直到当地形深度减至  $h < 1.6/k \approx 25\text{m}$  后(浅水因子  $\frac{\cosh 2kh}{2\sinh^2 kh} = 1.10$ ), 波高、浅水因子和波数共同迅速增长, 从而导致彻体切应力强度的增幅陡升。

## 2 深水彻体切应力与定常 Ekman 漂流的湍粘性力的比较

以上作者对波生横向彻体切应力随各种因素的变化规律作了具体分析, 然而依然不了解它对海流的驱动作用, 特别是相对于风应力, 到底有多大。粗略看来, 两者不宜比较, 因为风应力是通过作用于海水表面从而产生速度剪切来拖曳海水流动, 而波生彻体切应力则是由波浪诱生的雷诺应

力产生的体力,两者本质截然不同。但是对于风生漂流,由风产生的表层流动与其下层流体存在速度切变,从而产生了由表及底的垂向湍粘性力驱动下层流体的流动。这种风生湍粘性力直接反映了风应力对海流的驱动作用,同时它也具有体力的性质,因此将彻体切应力与风生的湍粘性力进行比较即可反映出其与风应力的作用之比。

下面对在深水情况下,将产生定常 Ekman 漂流的风生湍粘性力与深水情况下的彻体切应力做一次比较,重点强调两者表面强度以及有效作用的深度比。

依照经典 Ekman(1905)漂流理论,定常 Ekman 漂流的水平流速解为

$$W = u + iv = \frac{\tau_w D}{\sqrt{2} A_z \rho} e^{\frac{z}{D}} \cdot e^{i(\frac{\pi}{4} + \frac{z}{D})} \quad (16)$$

式中使用右手坐标系,其中  $\tau_w$  为风应力,其方向与  $y$  轴平行,  $D = \sqrt{\frac{2A_z}{f}}$ , 即为 Ekman 漂流的  $e$  折尺度,亦称 Ekman 深度。由此可以得到风生湍粘性力为

$$T_w = \rho A_z \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = \frac{\sqrt{2}\tau_w}{D} e^{\frac{z}{D}} \cdot e^{i(\frac{z}{D} + \frac{3\pi}{4})} \quad (17)$$

它的方向是随水深的变化而变化的。对上式取模可得湍粘性力强度随水深的变化

$$|T_w| = \frac{\sqrt{2}\tau_w}{D} e^{\frac{z}{D}} \quad (18)$$

作者先使用吴京(1969)的观测结果  $C_D = 0.5 U^{0.5} \times 10^{-3}$ , 得到海面风应力计算式为

$$\tau_w = \rho_a \cdot C_D \cdot U^2 = 0.5 \rho_a U^{2.5} \times 10^{-3} \quad (19)$$

其中,  $\rho_a$  为空气密度,其值可取为  $1.18 \text{kg/m}^3$ ,  $C_D$  为空气的拖曳系数。再使用 Ekman 经验公式

$$D = \frac{7.6U}{\pi \sqrt{\sin \phi}} \quad (20)$$

计算出 Ekman 深度[注意:对于低风速( $U < 6 \text{m/s}$ )和甚高风速( $U > 30 \text{m/s}$ )情况此值将偏大],由此将不同风速下的风应力及 Ekman 深度的经验值代入(18)式,然后将所得结果与相同风速下充分成长的深水海浪的波生彻体切应力相比较,结果见表4和图7。

通过对以上不同风速下,彻体切应力与湍粘性力强度的比较即可看出,两者具有相同量级,就其表面强度而言,在中、弱风条件下,彻体切应力大于湍粘性力,随着风速的增强,彻体切应力将小于湍粘性力,但两者相差不大,甚至在大于  $30 \text{m/s}$  的超强风速情况下,彻体切应力表面强度仍超过了湍粘性力的一半;同时,两者的有效作用深度之比,即 Stokes 深度与 Ekman 深度之比,在任何风速下都至少超过 9%,且此值随着风速的增大而增大,在中、强风速下将超过 40%。由此可见,相对于风应力作用,波生彻体切应力主要作用于水体的表层,风应力的总体作用大于彻体切应力,但毋庸置疑,两者的作用属于同一量级。

从上述分析可见,在有波浪场存在的条件下,由风、浪共生海流的总体强度将比理论 Ekman 漂流大,因此海流的垂直结构将发生很大变化,特别是在切应力作用显著的表层,流动将增强,并且不会完全符合 Ekman 漂流理论的转向规律。

表4 不同风速下的风生湍粘性力与充分成长海浪的彻体切应力比较

Tab. 4 Comparison between the wind-induced viscosity force and the lateral body force of fully developed waves

风速 $U$ (m/s)	$T _{z=0}$ ( $\text{N/m}^3$ )	$\delta_x$ (m)	$ T_w _{z=0}$ ( $\text{N/m}^3$ )	$D$	$\frac{T _{z=0}}{ T_w _{z=0}}$	$\frac{\delta}{D}$
5	0.004	1.46	0.003	15.78	1.284	0.092
10	0.008	5.82	0.008	31.55	0.908	0.185
15	0.011	13.10	0.015	47.33	0.741	0.277
20	0.015	23.30	0.024	63.11	0.642	0.369
25	0.019	36.40	0.033	78.89	0.574	0.461
30	0.023	52.42	0.043	94.66	0.524	0.554
35	0.027	71.34	0.055	110.44	0.485	0.646
40	0.030	93.19	0.067	126.22	0.454	0.738

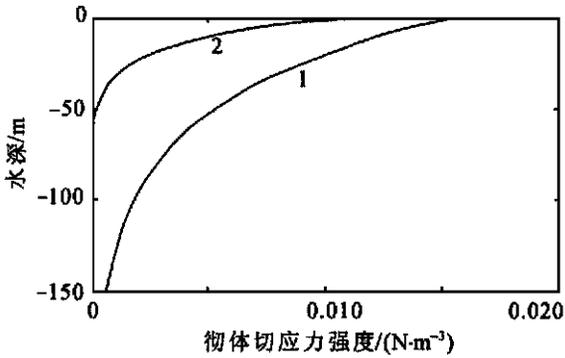


图7 15m/s 风速下的风生湍粘性力(1)与充分成长海浪的彻体切应力(2)的强度比较示意图

Fig. 7 The vertical intensity profiles of the wind-induced viscosity force (1) and the lateral body force(2) (wind speed  $U=15\text{m/s}$ )

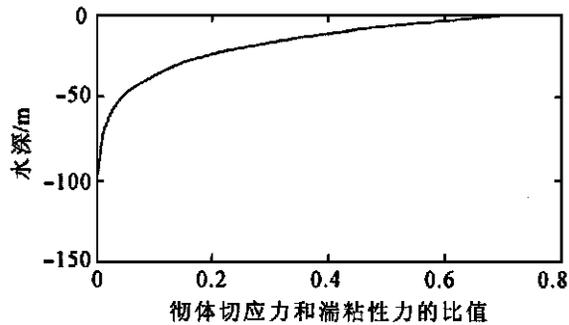


图8 15m/s 风速下的充分成长海浪的彻体切应力与风生湍粘性力强度的比值

Fig. 8 The ratio of the lateral body force to the wind-induced viscosity force (wind speed  $U=15\text{m/s}$ )

另需指出,在通常情况下,由于风场的变化以及涌浪的存在,风场与浪场并非完全对应,从(10)、(11)式可以看出深水中充分成长海浪波速( $c = \frac{g}{\sigma}$ )为相应风速的1.37倍,再如台风产生的涌浪更可先于台风数日到达海岸。这就意味着实际海洋中会有小风速风场对应大能量浪场的情况,此时彻体切应力的相对作用会更大。因此在具体研究中有必要作为外部条件将风场与浪场独立考虑。

### 3 结语

作者使用 Wilson IV 风浪经验公式和风浪传入近岸的小振幅波动理论计算并分析了地转条件下波生横向彻体切应力随风速、风区、水深等因素的变化规律。结果表明,彻体切应力会随风速、风区的增大而增大,直到波浪达到完全成长状态,但由于波高和波数的影响随风速、风区的变化是相反的,因此彻体切应力的这种增长的速度并不规则。为更加直观的显示彻体切应力的海流驱动作用,将

其与定常 Ekman 漂流中的风生湍粘性力进行了有意义的比较。使用经典的 Ekman 漂流理论和吴京的海面风应力公式计算出风生风生湍粘性力的强度随深度的变化规律,然后将其与相同风速条件下的完全成长海浪所对应的彻体切应力进行比较,结果表明,两者在中、高纬度的通常海况下具有相同量级,因此在有波浪场存在的条件下,由风、浪共生海流的总体强度将比理论 Ekman 漂流大,并且不会完全符合 Ekman 漂流理论的转向规律,在表层尤其明显。由此说明,在一定情况下在风生漂流研究中考虑由地转引起的波生横向彻体切应力是非常必要的,同时对这一作用力的进一步研究将对诸如海洋泥沙输运(丁平兴等,2001)、悬浮颗粒物输运(江文胜等,2000、2001)、污染物扩散(孙涛等,2004)等应用领域具有很好的借鉴意义。

### 参 考 文 献

- 丁平兴,孔亚珍,朱首贤等,2001. 波-流共同作用下的三维悬沙输运数值模型. 自然科学进展, 11(2): 147—152 [Ding P X, Kong Y Z, Zhu S X *et al*, 2001. 3-D numerical simulation model of sediment transport under waves and currents. Progress in Natural Science, 11(2): 147—152]
- 文圣常,余宙文,1984. 海浪理论与计算原理. 北京: 科学出版社, 521—532 [Wen S C, Yu Z W, 1984. Ocean wave theory and its principle of calculation. Beijing: Science Press, 525—532]
- 江文胜,孙文心,2000. 渤海悬浮颗粒物的三维输运模式 I. 模式. 海洋与湖沼, 31(6): 682—129 [Jiang W S, Sun W X, 2000. 3D suspended particulate matter transportation model in the Bohai Sea I. model. Oceanologia et Limnologia Sinica, 31(6): 682—689]
- 江文胜,孙文心,2001. 渤海悬浮颗粒物的三维输运模式 II. 模拟结果. 海洋与湖沼, 32(1): 94—100 [Jiang W S, Sun W X, 2001. 3D suspended particulate matter transportation model in the Bohai Sea I. simulation result. Oceanologia et Limnologia Sinica, 32(1): 94—100]
- 孙 孚,钱成春,王 伟等,2003. 海浪波生切应力及其对流驱动作用的估计. 中国科学 D 辑, 8: 791—798 [Sun F, Wang W, Qian C C *et al*, 2003. Wave-induced stress and estimation of its driven effect on currents. Science in China (Series D), 8: 791—798]
- 孙 涛,陶建华,2004. 波浪作用下渤海湾近岸海域污染物的输移扩散规律. 海洋与湖沼, 35(2): 120—129 [Sun T, Tao J H, 2004. The study of pollutant transport on the action of wave in near-shore area of Bohai Bay. Oceanologia et Limnologia Sinica, 35(2): 120—129]

- 辛宝恒, 1991. 黄海渤海大风概论. 北京: 气象出版社, 18—34 [Xin B H, 1991. The generality of gale in Bohai Sea and Huanghai Sea. Beijing: Meteorology Press, 18—34]
- Ekman V W, 1905. On the influence of the earth's rotation on ocean currents. *Astronomi Och Fysik*, 11: 1—53
- Hasselmann K, 1970. Wave-driven inertial oscillations. *Geophys. Fluid Dyn.*, 1: 463—502
- Pierson W J, Moscovitz L, 1964. A proposed spectral form for

- fully developed wind seas based on the similarity theory of S A Kitaigorodskii. *JGR*, 69(24): 5181—5190
- Wilson B W, 1965. Numerical prediction of ocean waves in the North Atlantic for December 1959. *Deut Hydr Zeit*, 18(3): 114—130
- Wu J, 1969. Wind stress and surface roughness at air-sea interface. *JGR*, 74(2): 444—455
- Xu Z G, Bowen A J, 1994. Wave and Wind-Driven Flow in Water of Finite Depth. *JPO*, 24: 1850—1866

## ANALYSIS OF WAVE-INDUCED LATERAL BODY FORCE

GAO Shan, SUN Fu

(State Key Laboratory of Estuarine and Coastal Research, East China Normal University, Shanghai, 200062)

(Ocean University of China, Qingdao, 266003)

**Abstract** The wave-induced lateral body force is a newfound wave-driven force on ocean current. In order to understand the vertical structure of the wave-induced lateral body force, its variations in deep water with some factors such as wind speed, wind fetch and water depth are analyzed respectively according to the Wilson IV wind waves empirical formulae and the P-M nondimensional fully developed wind waves frequency spectrum. The results indicate that the body force will augment continuously with the increases of wind speed and wind fetch till the waves become fully developed; however this kind of augment is irregular since the wave height and the wave number usually change oppositely with the increase of wind speed and wind fetch. Furthermore, the vertical variation of the wave-induced lateral body force with bottom depth in shallow water is also calculated using the small amplitude theory of waves propagating to the offshore, and the numerical solutions of wave number and wave height in shallow water. The result shows that when the waves propagate to the shallow water from deep sea, the body force will be magnified, but the magnification is not very evident until the product of bottom depth and wave number is less than 1.6, at that time, the body force would be amplified drastically along with the fast increase of a shallow water factor defined in this paper.

In order to explicitly evaluate the driven effect of the wave-induced lateral body force on ocean current relative to the wind effect, a comparison between the body force and wind-induced viscosity force in constant Ekman drift was made. By use of the classical Ekman drift theory and Wu Jing's ocean surface wind stress formula, the module of wind-induced viscosity force was calculated, and then we compared it with the magnitude of the wave-induced lateral body force of fully developed wind wave at the same wind speed. The result shows that the surface magnitude of wave-induced lateral body force was 70% larger than the wind-induced viscosity force in normal sea of the mid-high latitude, while the depth with corresponding effect was less than 30 of wind-induced viscosity force. In rough sea, although the surface magnitude ratio of wave-induced lateral body force to wind induced viscosity force is less than that of normal sea, their ratio of the effect depth becomes larger than in normal sea. It can be seen from the results that, relative to the wind effect, the effect of wave-induced lateral body force is concentrated on surface layer, and is less than the wind effect, but they indubitably have the same order. That is, when there exist waves, the magnitude of drift driven by wind and wave together would be larger than the theoretical Ekman drift that driven only by wind. Besides, the direction of wind-wave driven drift is not completely accord with the Ekman drift theory, especially on the upper layer of ocean. In particular, there is the status of surge with breeze in real sea. On that condition, the relative effect of lateral body force is more important. Therefore, in one word, the effect of wave-induced lateral body force should be counted in wind-induced currents in certain conditions.

**Key words** Wave-induced lateral body force, Wind-wave empirical formula, Ekman drift, Wind-induced viscosity force