

以海浪波要素表示的外频谱形式*

戴德君 王 忠 王 伟

(青岛海洋大学物理海洋实验室 青岛 266003)

提要 孙孚等(1994)提出了外频谱的概念,并推导出外频谱的理论形式,但其控制参量是由内频谱导出的,不便于实际应用。通过对实测海浪数据的分析,得到了控制外频谱的3个和内频谱有关的参量与波浪要素之间的关系,进而将外频谱表示为以有效波高和有效波周期作为控制参量的形式。应用实测资料将本文得到的外频谱形式与理论外频谱进行了比较,发现二者符合良好。

关键词 外频谱 有效波高 有效波周期

学科分类号 P732

50年代初期, Pierson(1952¹⁾, 1955) 首先将 Rice(1944, 1945) 关于无线电噪音的理论应用于海浪,从此利用谱以随机过程描述海浪成为主要的研究途径。但通常所用的海浪谱均是经验的或半理论半经验的,海浪谱至今还不能从理论上得到(文圣常等, 1984)。在此种情况下,孙孚等(1994)提出了海浪外频谱的概念(为区别起见,将通常所用的频谱称为内频谱),并通过波高与周期的联合概率分布密度推导出外频谱的理论形式。孙孚等人认为,虽然外频谱与内频谱在概念上不同,但在实际问题应用中,外频谱可以替代至今还不能从理论上得到的海浪内频谱。然而,孙孚等(1994)所提出的外频谱是以内频谱的 m_0 、 m_1 、 v (m_0 、 m_1 分别是内频谱的零阶和一阶矩, v 为谱宽度参量)作为控制参量的,这显然不便于实际应用。考虑到外频谱在物理意义上代表海浪能量依外观波动频率的分布,因此可以用波浪要素作为控制参量来描述外频谱。从这一思路出发,通过对实测海浪数据的分析,统计出 m_0 、 m_1 、 v 与波浪要素的关系,进而得到完全由波浪要素作为控制参量的外频谱形式。

1 理论外频谱的导出

假定已知海浪的波高 H 以及波面记录读取的海浪外观周期 T 的联合概率分布密度 $f_1(H, T)$, 若定义海浪的外观频率为 $\Omega = \frac{2\pi}{T}$, 则可以得到海浪波高与外观频率的联合概率分布密度:

$$f(H, \Omega) = f_1\left(H, \frac{2\pi}{\Omega}\right) \frac{2\pi}{\Omega^2} \quad (1)$$

* 国家自然科学基金重点基金资助项目, 49336330 号; 高等学校重点实验室访问学者基金资助。戴德君, 男, 出生于 1975 年 2 月, 博士生, E-mail: daidj@yeah.net

1) Pierson, W J, Jr, 1952. A unified mathematical theory for the analysis, propagation and refraction of storm generated ocean surface waves, Parts 1 and 2. N Y U Coll Eng, Res Div, Dept Meteor Oceanogr, 461

收稿日期: 1998-09-25, 收修改稿日期: 1999-07-01

孙孚等(1994)定义海浪能量的外观分布,即外频谱为:

$$e(\omega) = \frac{1}{8} \int_0^{\infty} H^2 f(H, \Omega) dH \quad (2)$$

代入波高和外观频率的联合概率分布密度:

$$f(H, \Omega) = \frac{H^2}{8v m_1 \sqrt{2\pi m_0}} \left(1 + e^{-\frac{v\Omega}{2m_1 v}}\right) \exp\left\{-\frac{H^2}{8m_0} \left[1 + \frac{1}{v^2} \left(1 - \frac{m_0}{m_1} \Omega\right)^2\right]\right\} \quad (3)$$

就可以得到外频谱的理论形式:

$$e(\omega) = \frac{3}{4} \frac{m_0^2}{v m_1} \left\{ \left[1 + \frac{1}{v^2} \left(1 - \frac{m_0}{m_1} \omega\right)^2\right]^{-\frac{5}{2}} + \left[1 + \frac{1}{v^2} \left(1 + \frac{m_0}{m_1} \omega\right)^2\right]^{-\frac{5}{2}} \right\} \quad (4)$$

其中, $v^2 = \frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1$, $m_n = \int_0^{\infty} \omega^n E(\omega) d\omega$, $E(\omega)$ 为海浪内频谱。分析表明,虽然 $e(\omega)$ 与 $E(\omega)$ 在概念上不同,但在 v 很小的情况下两者在显著含能谱段应十分接近,而在 v 非常小的时候两者反映的海浪主要外观统计特征几乎是相同的。因此,在实际问题应用中, $e(\omega)$ 就可以替代至今还不能从理论上得到的海浪内频谱。

2 m_0 、 m_1 、 v 与波浪要素的关系

所用波面记录资料取自青岛海洋大学与国家海洋局第一海洋研究所于 1997 年在渤海进行的为期 22 天的逐时观测数据。采样时间间隔为 0.05s, 采样长度为 20 000 个数据点,波面高度分辨率为 4cm, 整个过程所经历的最大 10min 平均风速为 20m/s, 最大逐时平均波高为 2.3m。考虑到 $e(\omega)$ 只能反映出单峰谱,而取得的海浪资料包括风浪、涌浪和混合浪,所以从原始数据中挑出内频谱为单峰的、平均周期大于 2.0s 的资料共 192 个进行分析。

由于有效波高在统计处理时较为稳定,因此本文选取有效波高($H_{1/3}$)和与之对应的有效波周期($T_{1/3}$)作为描述波浪的统计要素。通过量纲分析可以知道:

$$m_0 \sim a H_{1/3}^2 \quad (5)$$

$$m_1 \sim b H_{1/3}^2 T_{1/3}^{-1} \quad (6)$$

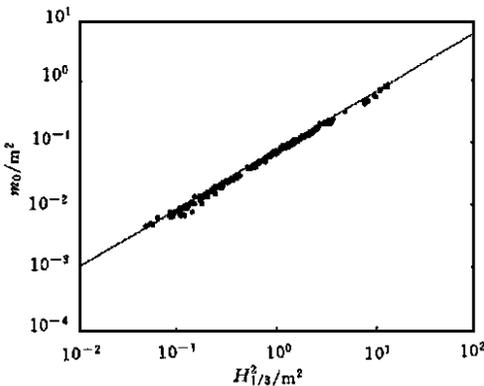


图 1 m_0 与 $H_{1/3}^2$ 的关系

Fig. 1 Relationship between m_0 and $H_{1/3}^2$

—拟合线; ●实测数据

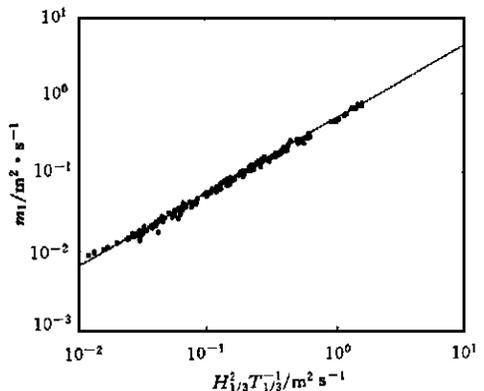


图 2 m_1 与 $H_{1/3}^2 T_{1/3}^{-1}$ 的关系

Fig. 2 Relationship between m_1 and $H_{1/3}^2 T_{1/3}^{-1}$

从图 1、图 2 可以看出数据点的规律性是非常好的, 其拟合结果为:

$$m_0 = 0.075(H^2_{1/3})^{0.94} \tag{7}$$

$$m_1 = 0.486(H^2_{1/3} T^{-1}_{1/3})^{0.94} \tag{8}$$

显然上述拟合使得等式两端在量纲上不一致, 为此需要引入能够描述波浪状态的无因次量对其进行调整, 在此选用 $R = H_{1/3} g^{-1} T^{-2}_{1/3}$, g 为重力加速度 (ms^{-2})。将 R 引入 (5)、(6) 式并假定:

$$m_0 = a_0 R^{b_0} H^2_{1/3} \tag{9}$$

$$m_1 = a_1 R^{b_1} H^2_{1/3} T^{-1}_{1/3} \tag{10}$$

通过调整 a_0, b_0, a_1, b_1 的值, 得出最佳拟合关系如图 3、图 4 所示。

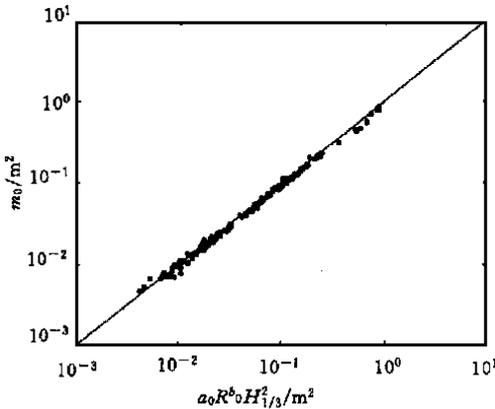


图 3 m_0 与 $a_0 R^{b_0} H^2_{1/3}$ 的关系

$$(a_0 = 1/42, b_0 = -0.2)$$

Fig. 3 Relationship between m_0 and $a_0 R^{b_0} H^2_{1/3}$

$$(a_0 = 1/42, b_0 = -0.2)$$

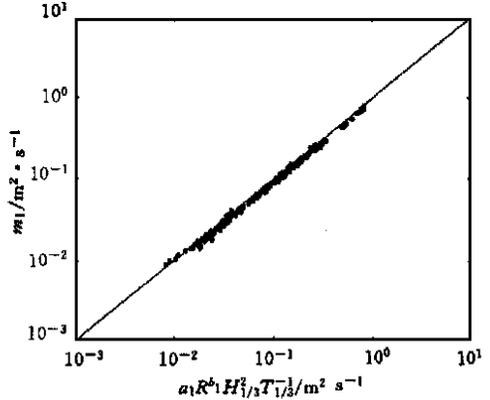


图 4 m_1 与 $a_1 R^{b_1} H^2_{1/3} T^{-1}_{1/3}$ 的关系

$$(a_1 = 15/84, b_1 = -0.2)$$

Fig. 4 Relationship between m_1 and $a_1 R^{b_1} H^2_{1/3} T^{-1}_{1/3}$

$$(a_1 = 15/84, b_1 = -0.2)$$

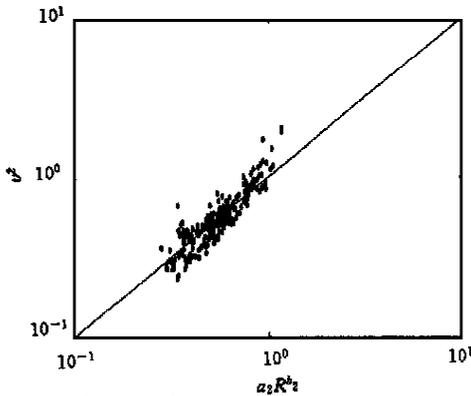


图 5 v^2 与 $a_2 R^{b_2}$ 的关系 ($a_2 = 1/576, b_2 = -1$)

Fig. 5 Relationship between v^2 and $a_2 R^{b_2}$

$$(a_2 = 1/576, b_2 = -1)$$

用同样的方法可得 v^2 与 R 的关系如图 5

所示。

最终得到 m_0, m_1, v^2 与波浪要素的近似关系:

$$m_0 = \frac{1}{42} H^2_{1/3} R^{-0.2} \tag{11}$$

$$m_1 = \frac{15}{84} H^2_{1/3} T^{-1}_{1/3} R^{-0.2} \tag{12}$$

$$v^2 = \frac{1}{576} R^{-1} \tag{13}$$

从上述 3 条曲线的拟合效果来看, 所引入的无因次参量 $R = H_{1/3} g^{-1} T^{-2}_{1/3}$ 是合理的。

由于所用数据的平均圆频率最小为 $\omega = 1.18\text{s}^{-1}$, 而测点处的水深为 20m, 满足深水假定的条件。通过深水波的频散关系 $\omega^2 = gk$ 可以推知:

$$\frac{1}{gT^2} = \frac{k}{4\pi^2} \quad (14)$$

$$\frac{H}{gT^2} = \frac{ak}{2\pi^2} \quad (15)$$

其中, $H = 2a$ (H 为波高, a 为振幅), ak 为波陡, 因此所引入的 R 具有波陡的物理意义。

3 以波浪要素为控制参量的外频谱形式

将式(11)、(12)、(13)代入(4)式可得:

$$e'(\omega) = \frac{2}{35} H^2 V_3 T V_3 R^0 \left\{ \left[1 + 576 R \left(1 - \frac{2}{15} T V_3 \omega \right)^2 \right]^{-\frac{5}{2}} + \left[1 + 576 R \left(1 + \frac{2}{15} T V_3 \omega \right)^2 \right]^{-\frac{5}{2}} \right\} \quad (16)$$

此谱已成功地将外频谱与波浪要素联系起来, 克服了原有理论外频谱的缺点。最后用所选的 192 组实测资料对 $e'(\omega)$ 与 $e(\omega)$ 进行了比较, 发现对于绝大部分资料, 二者符合良好。表 1 给出了由这 192 组资料算得的 $e'(\omega)$ 的谱峰频率 ω_c 及谱峰值 $e'(\omega_c)$ 相对误差的统计结果。图 6 给出了 $e'(\omega)$ 与 $e(\omega)$ 谱形比较的几个实例。

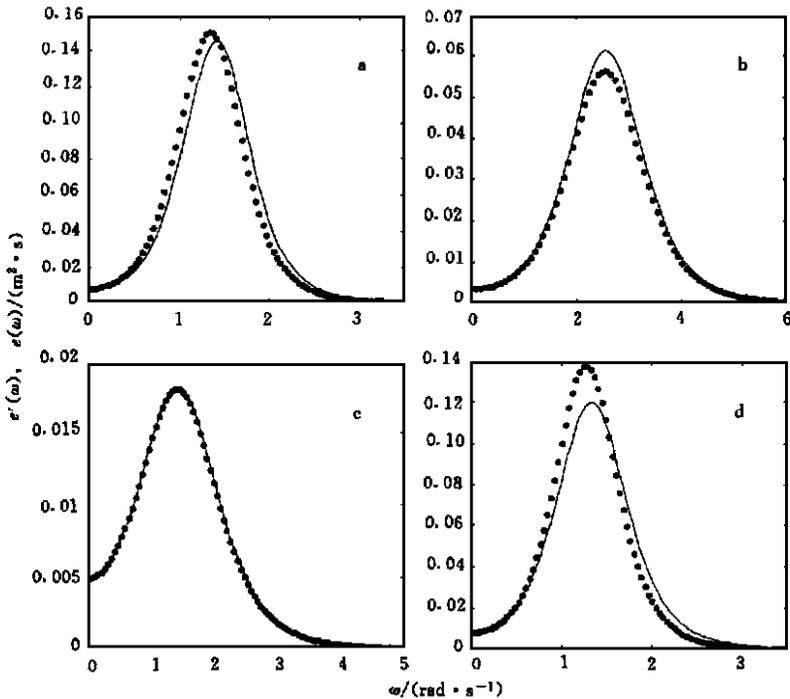


图 6 $e'(\omega)$ 与 $e(\omega)$ 谱形比较的几个实例

Fig. 6 Examples of comparison of $e'(\omega)$ with $e(\omega)$

- a. $\delta_1 = 0.06, \delta_2 = 0.04$; b. $\delta_1 = 0.01, \delta_2 = 0.09$; c. $\delta_1 = 0.02, \delta_2 = 0.01$; d. $\delta_1 = 0.06, \delta_2 = 0.13$

— $e(\omega)$; $e'(\omega)$

表 1 $e'(\omega)$ 的谱峰频率及谱峰值的相对误差Tab. 1 The relative errors of $e'(\omega)$ in peak frequency and peak value

谱峰频率相对误差	资料百分比	谱峰值相对误差	资料百分比
$\delta_1 = \omega_c - \omega'_c /\omega_c$	(%)	$\delta_2 = e(\omega_c) - e'(\omega'_c) /e(\omega_c)$	(%)
> 0.1	5	> 0.15	14
0.05- 0.1	27	0.1- 0.15	17
0.02- 0.05	32	0.05- 0.1	28
< 0.02	36	< 0.05	41

4 结论

本文通过对大量实测资料的分析, 得出 m_0 、 m_1 、 v^2 与波浪要素的关系, 进而将理论外频谱改写成以波浪要素为控制参量的形式。经过验证, 本文研究得到的外频谱与理论外频谱符合良好。这项工作对于只有波高和周期序列的海浪数据的利用有着特殊的意义。由于理论外频谱只能适用于单峰情况, 加之选用的资料为平均周期大于 2.0s 的情况, 所以在应用外频谱 $e'(\omega)$ 的时候要注意其适用条件。另外, 新的外频谱是从实测资料中统计得到的, 仅是一种经验谱, 如何从理论上推导出以波浪要素作为控制参量的外频谱, 尚需进一步研究。

参 考 文 献

文圣常, 余宙文, 1984. 海浪理论与计算原理. 北京: 科学出版社, 1-662

孙 孚, 丁平兴, 1994. 海浪能量的外观分布. 中国科学(B辑), 24(2): 209-214

Pierson, W J Jr, 1955. Wind-generated gravity waves. In: Advanced in geophysics, Vol. 2. New York. Academic Press, Inc, 93-178

Rice, S O, 1944. Mathematical analysis of random noise. J Bell System Techn, 23: 282-332

Rice, S O, 1945. Mathematical analysis of random noise. J Bell System Techn, 24: 46-156

APPARENT ENERGY SPECTRA OF SEA WAVES REPRESENTED BY WAVE CHARACTERISTICS

DAI De-jun, WANG Zhong, WANG Wei

(*Physical Oceanography Laboratory, Ocean University of Qingdao, Qingdao, 266003*)

Abstract The apparent energy spectra of sea waves (hereafter referred to as outer spectrum) presented by Sun Fu in 1994 is claimed capable of substituting the general frequency spectra (hereafter referred to as inner spectrum) for practical use. However, three parameters (m_0 , m_1 , v) of the outer spectra should be derived from the corresponding inner spectra, which confines the usage of outer spectra in practice. Considering that in physical sense the outer spectra represents the energy distribution of sea waves over apparent frequency, it should be feasible to use wave characteristics such as significant wave height ($H_{1/3}$) and significant wave period ($T_{1/3}$) to express the outer spectra. From this point of view, the relations of m_0 , m_1 , v to $H_{1/3}$, $T_{1/3}$ and R (R is proportional to wave steepness) were obtained from a large number of field wave data, whose mean periods are above 2.0s and inner spectra have a single peak. Finally, a new type of outer spectra represented by wave characteristics is achieved, and it is consonant well with the theoretical form of Sun Fu for all data used in the paper.

Key words Apparent energy spectrum Significant wave height Significant wave period

Subject classification number P732