第 26 卷 第 6 期 海 洋 与 湖 沼 Vol. 26, No. 6
1995 年 11 月 OCEANOLOGIA ET LIMNOLOGIA SINICA Nov., 1995

赤道深层射流对深层浮力源响应解之特征的分析

吴德星 冯士筰
(青岛海洋大学物理海洋研究所，青岛 266003)

提　要　基于赤道深层射流动力模型，研究赤道深层射流对深层浮力源的响应特征，指出线性、连续层化海洋中浮力源驱动下的单一垂直模态建立深层环流的过程等价于线性浅水系统中深水源驱动的深层环流的建立过程。分析赤道深层射流对深层浮力源响应解的某些特征，结果表明，在给定确定波数量值的诸参数下，浮力源在纬向上范围的大小对赤道深层射流的铅垂结构及射流流速有显著影响。

关键词　赤道深层射流　赤道陷波　垂直正交模态

从 70 年代末、80 年代初现场观测相继发现在印度洋、太平洋赤道区 1 000—3 000m 间存在流向随深度呈东西方向交替的深层射流 (Luyten et al., 1980; Leetmaa et al., 1981; Eriksen, 1981) 以来，已有许多资料分析工作试图用线性赤道波理论解释观测到的射流现象，也有许多理论研究试图用动力模型模拟观测到的射流和探讨其形成机制 (Wunsch, 1977; McCreary, 1984; McCreary et al., 1986)。上述研究存在的主要问题是，没能合理地解释和风应力关联的能量向深层的传递机制。本文依深层浮力源作为赤道深层射流的驱动源，讨论赤道深层射流对深层浮力源的响应过程及浮力源在 x 方向的范围之大小和赤道深层射流结构间的关系。

1　浅水海洋对深水源响应与连续层化海洋对浮力源响应间的关系

赤道 β-平面上连续层化海洋对深层浮力源响应的线性方程组为 (Wu, 1994):

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \beta y V = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\nu \frac{\partial U}{\partial z}\right) \tag{1}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \beta y U = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\nu \frac{\partial V}{\partial z}\right) + A_h \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \tag{2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \tag{3}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + W \frac{\partial \rho_B}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\kappa \frac{\partial \rho}{\partial z}\right) + Q_z \tag{5}$$

* 国家自然科学基金和国家海洋局科技发展基金资助项目，49276267 号。吴德星，男，出生于 1952 年 5 月，博士，教授。
收稿日期：1993 年 12 月 14 日，接受日期：1994 年 5 月 12 日。

$$Z = 0,\ -D:\quad \nu\frac{\partial U}{\partial z} = 0,\quad \nu\frac{\partial V}{\partial z} = 0,\ W = 0,\ \rho = 0 \tag{6}$$

$$x = x_E,\quad x_W: U = V = 0 \tag{7}$$

式中，变量符号具有海洋学中通用的定义；ρ_B 是背景场密度；Q_Z 是浮力源项；A_h 为水平湍粘系数(设为常数)；$z=0$，$-D$ 为海面和海底深度；x_E, x_W 分别为模型海洋的东西边界。

采用 McCreary(1984) 给出的湍扩散形式 $\left(\frac{\partial^2(\kappa\rho)}{\partial z^2}\right)$ 和湍粘系数及湍扩散系数随深度变化的形式:

$$\nu(z) = \kappa(z) = \frac{\mathrm{A}}{N^2(z)} \tag{8}$$

其中，A是常数；$N(z)$ 是 Brunt-Vaisala 频率；且设定浮力源具有以下简单的可分解形式

$$Q_z(x,y,z,t) = Q_0X(x)Y(y)Z(z)\exp(-i\sigma t) \tag{9}$$

式中，$X(x), Y(y), Z(z)$ 分别为浮力在纬向、经向和深度上的分解函数；σ 为浮力振荡频率。在(9)式给出的浮力形式下，(1)—(5) 中的诸变量也可做相应的分解。基于 Rothstein (1983) 的讨论，铅垂分解函数 $\Psi_m(z)$ 可由下面方程确定:

$$\frac{d\Psi_m}{dz} = -\frac{N^2}{C_m^2}\int_{-D}^{z}\Psi_m(z)dz \tag{10}$$

$$\frac{1}{C_m^2}\int_{-D}^{0}\Psi_m(z)dz = 0 \tag{11}$$

式中，C_m(cm/s) 为对应 $\Psi_m(z)$ 的特征值，诸变量可简单地表达为:

$$U(x,y,z,t) = \sum_{m=0}^{\infty} U_m\Psi_m(z) \tag{12}$$

$$V(x,y,z,t) = \sum_{m=0}^{\infty} V_m\Psi_m(z) \tag{13}$$

$$P(x,y,z,t) = \sum_{m=0}^{\infty} P_m\Psi_m(z) \tag{14}$$

$$\rho(x,y,z,t) = \sum_{m=0}^{\infty} \rho_m\frac{d\Psi_m}{dz} \tag{15}$$

$$W(x,y,z,t) = \sum_{m=0}^{\infty} W_m\int_{-D}^{z}\Psi_m(z)dz \tag{16}$$

将(12)—(16)中的变量代入方程(1)—(5)，由(3)和(5)消去 ρ，结合(4)消去 W，然后利用 $\Psi_m(z)$ 的正交性质，得出(12)—(14)式中系数所满足的方程组

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{A}{C_m^2}\right)U_m - \beta yV_m + \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P_m}{\partial x} = 0 \tag{17}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{A}{C_m^2}-A_h\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)V_m+\beta yU_m+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P_m}{\partial y}=0 \tag{18}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{A}{C_m^2}\right)\frac{P_m}{\rho_0C_m^2}+\frac{\partial U_m}{\partial x}+\frac{\partial V_m}{\partial y}=-\frac{g}{\rho_0C_m^2}Q_m \tag{19}$$

式中：$Q_m=Q_{0m}X(x)Y(y)\exp(-i\sigma t)$;

$$Q_{0m}=\frac{\dfrac{g}{\rho_0C_m^2}\displaystyle\int_{-D}^{0}Z(z)\Psi_m(z)dz}{\displaystyle\int_{-D}^{0}\Psi_m^2(z)dz}$$

实际上，式(17)—(19)是连续层化海洋中每一垂直正交模态所满足的动力学方程组。这组方程在形式上类似 Kawase (1987) 给出的描述深水源驱动深层环流的浅水动力学模型。这种相似性说明线性连续层化海洋对深层浮力的响应等价于无限个垂直正交模态对质量源响应的线性集合。另外，式(17)—(19)和 Kawase 的模型也存在重要的区别。首先，在 Kawase 的模型中，重力波波速和 Rossby 变形半径的量值依赖模型海的深度，而在式(17)—(19)中重力波波速和 Rossby 变形半径的量值依赖模态对应的等量深度。故对线性连续层化海洋存在一宽的重力波波速和 Rossby 变形半径的取值范围。另一区别是 Kawase 的模型中，摩擦效应依常阻力系数的 Rayleigh 摩擦和 Newtonian 衰减形式进入方程系统，而在连续层化海洋中，阻力系统反比垂直模态的特征值的平方。

2 赤道深层射流解的特征分析

依照 McCreary (1984) 的求解方法，利用 Fourier 变换与反变换技术，首先求出无界海洋中深层射流解，然后加入一系列由东西边界激发的自由波，使无界海洋中深层射流解和自由波共同构成满足侧边界条件的完整解。完整解的一般形式可表达为：

$$q=\sum_{m=1}^{\infty}\left[\sum_{l=0}^{\infty}q_{ml}\varphi_l(\eta_m)+\sum_{l=-1}^{\infty}q'_{ml}\exp(-i\sigma t)+\sum_{l=0}^{\infty}q''_{ml}\exp(-i\sigma t)\right]\Psi_m(z) \tag{20}$$

式中，q 代表 U,V 和 P 中的任何量；φ_l 为 Hermite 函数；q_{ml} 为：

$$U_{ml}=\sqrt{\frac{l+1}{2}}R+\sqrt{\frac{l}{2}}S+\delta_{l0}T \tag{21}$$

$$V_{ml}=\left\{i\sum_{j=1}^{4}{}^mP_j^l\int_{L_j}^{x}\exp(-i^mK_j^lx)X(x)dx\right\}\exp(i^mK_j^lx-i\sigma t) \tag{22}$$

$$P_{ml}=C_m\left\{-\sqrt{\frac{l+1}{2}}R+\sqrt{\frac{l}{2}}S+\delta_{l0}T\right\} \tag{23}$$

式中，

$$R=-\left\{\sum_{j=1}^{4}\alpha_{m0}\frac{{}^mP_j^{l+1}}{{}^mK_j^{l+1}+\dfrac{\omega}{C_m}}\int_{L_j}^{x}\exp(-i^mK_j^{l+1}x)X(x)dx\right\}\exp(i^mK_j^{l+1}x-i\sigma t);$$

$$S=\left\{\sum_{j=1}^{4}\alpha_{m0}\frac{{}^mP^{l-1}}{{}^mK_j^{l-1}-\dfrac{\omega}{C_m}}\int_{L_j}^{x}\exp(-i^mK_j^{l-1}x)X(x)dx\right\}\exp(i^mK_j^{l-1}-i\sigma t);$$

$$T=\left\{\frac{gQ_{0m}[Y]_l}{2\rho_0 C_m}\int_{L_j}^{x}\exp\left(-\frac{i\omega x}{C_m}\right)X(x)dx\right\}\exp\left(\frac{i\omega x}{C_m}-i\sigma t\right);$$

$${}^mP_j^l=\frac{i\omega}{A_h}Q_{0m}\ \alpha_{0m}\frac{\frac{1}{C_m}[Y_{\eta_m}]_l-\frac{{}^mK_j^l}{\omega}[\eta_m Y]_l}{({}^mK_j^l-{}^mK_{j'}^l)({}^mK_j^l-{}^mK_{j''}^l)({}^mK_j^l-{}^mK_{j'''}^l)}$$

式中，j,j',j'' 和 j''' 具有不同的值；$\omega=\sigma+i\frac{A}{C_m^2}$；$\eta_m=\sqrt{\frac{\beta y}{C_m}}$；$\alpha_{m0}=\sqrt{\frac{\beta}{C_m}}$；$\delta_{l0}$ 是 Kronecker δ；$[Y]_l$，$[Y_{\eta_m}]_l$ 和 $[\eta_m Y]_l$ 分别为 Y，$\frac{dY}{dy}$ 和 $\eta_m Y$ 的 Hermite 展开系数；积分下限 $L_1=L_2=\infty$；$L_3=L_4=-\infty$。${}^mK_j^l$，是下面 4 次方程的根：

$$K^4-\frac{i\omega}{A_h}\left(1-\frac{i\omega A_h}{C_m^2}\right)K^2-\frac{i\beta}{A_h}K-\frac{i\omega}{A_h}\left(\alpha_{ml}^2-\frac{\omega^2}{C_m^2}\right)=0 \tag{24}$$

q'_{ml} 的具体形式为：$U'_{m-1}={}^mA_3^{-1}\varphi_0\exp\left[-i\omega\frac{(x-x_W)}{C_m}\right]$；

$$V'_{m-1}=0;$$

$$P'_{m-1}=C_m U'_{m-1};$$

$$U'_{ml}=\sum_{j=3}^{4}{}^mA_j^l\left[\varphi_{l+1}-\left(\frac{{}^m\alpha_j^l}{{}^mb_j^l}\right)\sqrt{\frac{l}{l+1}}\varphi_{l-1}\right]\exp[i\ {}^mK_j^l(x-x_W)];$$

$$V'_{ml}=\frac{i}{C_m\alpha_{m0}}\sum_{j=3}^{4}\sqrt{\frac{2}{l+1}}\,{}^m\alpha_j^l\ {}^mA_j^l\varphi_l\exp[i\ {}^mK_j^l(x-x_W)];$$

$$P'_{ml}=C_m\sum_{j=3}^{4}{}^mA_j^l\left[\varphi_{l+1}+\left(\frac{{}^m\alpha_j^l}{{}^mb_j^l}\right)\sqrt{\frac{l}{l+1}}\varphi_{l-1}\right]\exp[i\,{}^mK_j^l(x-x_W)]$$

其中，$m=1,2,\cdots$；$l=0,1,2,\cdots$；${}^m\alpha_j^l=C_m\ {}^mK_j^l-\omega$；${}^mb^l=C_m{}^mK_j^l+\omega$；${}^mA_3^l$ 和 ${}^mA_4^l$ 为自由波振幅，由侧边界条件确定。

q''_{ml} 的具体形式为：$U_{m0}''={}^mA_2^0\left(\frac{{}^mb_2^0}{{}^m\alpha_2^0}\right)\frac{\varphi_1}{\sqrt{2}}\exp[i{}^mK_2^0(x-x_E)]$；

$$V_{m0}''=\frac{i}{C_m\alpha_{m0}}{}^mb_2^0\ {}^mA_2^0\varphi_0\exp[i\ {}^mK_2^0(x-x_E)];$$

$$P''_{m0}=C_m U''_{m0};$$

$$U''_{ml}=\sum_{j=1}^{2}{}^mA_j^l\left[\left(\frac{{}^mb_j^l}{{}^m\alpha_j^l}\right)\sqrt{\frac{l+1}{l}}\varphi_{l+1}-\varphi_{l-1}\right]\exp[i{}^mK_j^l(x-x_E)];$$

$$V''_{ml}=\frac{i}{C_m\alpha_{m0}}\sum_{j=1}^{2}\sqrt{\frac{2}{l}}\,{}^mb_j^l{}^mA_j^l\varphi_l\exp[i{}^mK_j^l(x-x_E)];$$

$$P''_{ml}=C_m\sum_{j=1}^{2}{}^mA_j^l\left[\left(\frac{{}^mb_j^l}{{}^m\alpha_j^l}\right)\sqrt{\frac{l+1}{l}}\varphi_{l+1}+\varphi_{l-1}\right]\exp[i{}^mK_j^l(x-x_E)]$$

其中，$l=1,2,\cdots$；${}^mA_1^l$ 和 ${}^mA_2^l$ 为自由波的振幅，由侧边界条件确定。

现分析构成赤道深层射流的诸波的特性。如果让 K 表示 K_j 或 $\frac{\omega}{C_m}$ 5 组量中的任何

一组，则(21)—(23)具有如下一般形式:

$$\left[C \int_{L_j}^{x} \exp(-iKx) X(x) dx \right] \exp(iKx - i\sigma t) \tag{25}$$

(25)式表示了波数为 K，振幅为 $\left[C \int_{L_j}^{x} \exp(-iKx) X(x) dx \right]$ 的波。以 $\frac{\omega}{C_m}$ 为波数的波是赤道 Kelvin 波。对于存在湍粘性和湍扩散的海洋，ω 为一复数，因此赤道Kelvin波向东传播时将不断衰减，且衰减系数反比 C_m^3。由于 C_m 近似地反比于垂直模态的阶数 m，故高阶模态的 Kelvin 波衰减得快。其他 4 组波数 K_j 满足频散关系(24)。当水平湍粘效应较弱时，(24)的根可分为两类明显不同的根。其中一类当 $A_h \to 0$ 时，两根仍然存在，但(24)式退化为人们熟悉的赤道陷 Rossby 波的频散关系。(21)—(23)中 ${}^mK_1^l$ 和 ${}^mK_3^l$ 所标识的波分别为群速度向西和向东的波。由于(24)式给出的 K_j 为复数，故湍粘性和湍扩散效应使得这些波在它们的群速度方向上衰减。另外，${}^mK_2^l$ 和 ${}^mK_4^l$ 标识的波在传播过程中衰减得非常迅速。其 e-folding 尺度约为 100 km 的量级，故这类波只在边界区贡献显著。

(25)式中的振幅由 C 和 $\exp(-iKx)X(x)$ 关于 x 的积分确定。其中 C 正比 Q_{0m}，亦和浮力源经向结构函数 Y 关联的 Hermite 展开系数有关。关于 Rossby 波的 C 中还包含了 $[({}^mK_j^l - {}^mK_{j'}^l)({}^mK_j^l - {}^mK_{j''}^l)({}^mK_j^l - {}^mK_{j'''}^l)]^{-1}$ 的作用，因此 C 体现了浮力源经向结构、铅垂结构以及可能的 Rossby 波的共振作用。然而，由于 Rossby 波的共振一般发生在那些纬向波数充分大的波中，所以在有粘海洋中，上述共振现象一般不会发生。由(25)式中关于 x 的积分可知，浮力源 x 方向结构函数的 Fourier 变换的绝对值是估值离开浮力源区波动之振幅的一个重要量，以 Wu(1994) 给出的 $X(x)$ 为例，其 Fourier 变换的绝对值为: $|\tilde{X}(K)| = \frac{4\pi}{\Delta x}\left| \frac{\sin \frac{K\Delta x}{2}}{\left(\frac{\pi}{\Delta x}\right)^2 - K^2} \right|$，该式说明离开浮力源区的波，若仍然保持充分大的振幅，其波数必须满足不等式 $|K| = |K_r^2 + K_i^2|^{\frac{1}{2}} < \frac{2\pi}{\Delta x}$，这意味着只有波长 $\left(\frac{2\pi}{K_r}\right)$ 和波衰减尺度 $\left(\frac{1}{K_i}\right)$ 比浮力源 x 方向范围长的那些波才有可能保持大的振幅，从而对赤道深层环流的建立起较大的贡献作用。

浮力源在 x 方向的范围之大小对赤道深层射流的结构及射流的流速量值影响甚大。

图 1 给出在文献（Wu, 1994）的特定浮力源形式下，模型海洋深度为 2 500 m，$A = 0.1\mathrm{cm^2s^3}$ 和 $A_h = 10^7\mathrm{cm^2/s}$ 时，相应 $\Delta x = 500$（图 1 a），1 000（图 1 b），2 000（图 1 c）和 2 500 km（图 1 d）时赤道 x-z 断面纬向赤道深层射流速度等值线图。图 1 等值线分布特征说明，相应不同的 Δx 值，赤道深层射流的结构和流速量值差异显著。但无论是 $\Delta x = 500$ km，还是 $\Delta x = 1\,000$ km，图 1 中显示的赤道深层射流均存在至少 10 个经度的纬向相干尺度，以及和实测结果相似的流向随深度交替变向的特征。当 $\Delta x \geqslant 2\,000$ km 时，赤道深层射流速度远远小于 $\Delta x = 500$ km 和 1 000 km 时的射流流速，且对应的赤道深层射流结构也和实际观测结果相差甚大。这意味着深层浮力源的纬向尺度

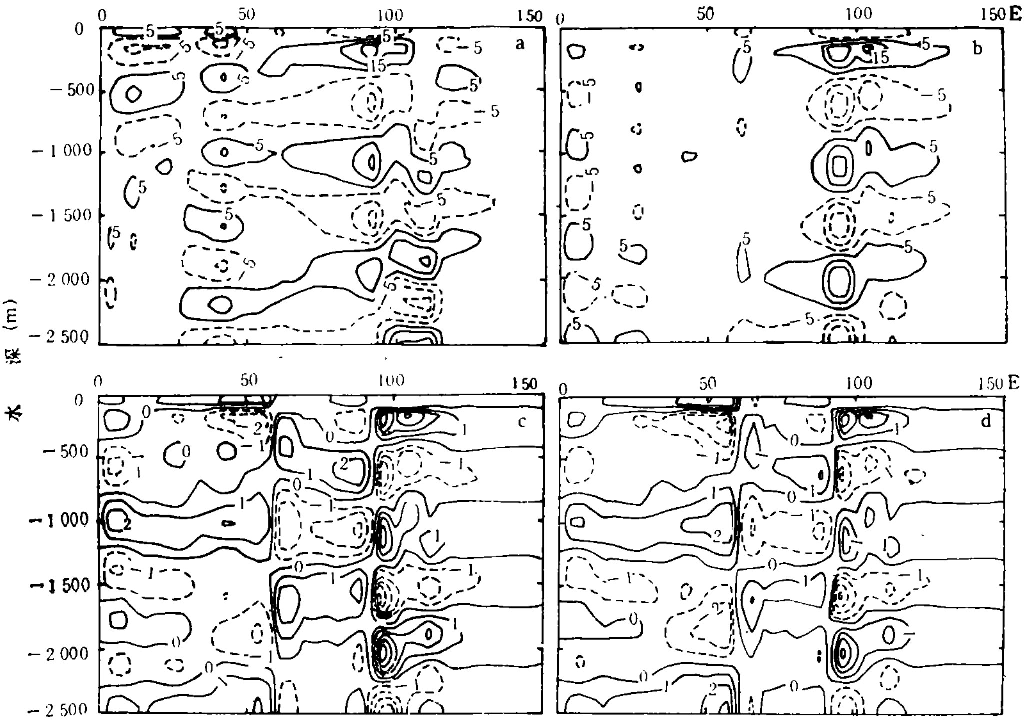

图 1　沿赤道 x-z 断面纬向流速等值线

Fig. 1　Zonal velocity contours on zonal section along the equator

等值线间隔10cm/s (图1a, 图1b); 1.0cm/s (图1c, 图1d); 实线表示向东的流速,虚线表示向西的流速。

小于 2 000 km 时,才能产生接近实际的赤道深层射流。另外需指出的是,由于上层海洋的非线性作用一般不能忽略,故图中给出的上层流动特征和实际观测结果相差较大。

由以上分析可知，在线性连续层化海洋中深层浮力源的空间结构对赤道深层射流的空间结构及强度影响很大。这一结果提示我们，要想监测赤道深层射流的时空变化以及它们和长期气候变异间的关系,应首先准确地确定浮力源的空间结构。

3　结语

通过分析赤道深层环流对深层浮力源响应的动力学方程组,发现 Kawase 所描述的浅水系统中质量源驱动深层大洋环流的建立过程，实质上等价于线性连续层化海洋在浮力源驱动下某单一垂直模态建立环流的过程。这一结果,确定了线性连续层化海洋中浮力源驱动环流与浅水系统中质量源驱动环流间的关系。另外，赤道深层射流解的特征分析指出,垂直湍粘性和湍扩散效应使诸阶波模态以近似和模态阶数成 3 次方的关系衰减,故高阶波模态衰减得相当快。再者，较小的水平湍粘性效应就可阻止 Rossby 波共振现象的发生。本文结果还表明，赤道深层射流的结构及强度对深层浮力源的空间结构之变化相当敏感,例如,当深层浮力源的纬向尺度大于 2 000 km 时所产生的赤道深层射流 和实际观测的射流相差甚大,但深层浮力源的纬向尺度为 500 和 1 000 km 时所产生的赤道深层射流和实际观测到的射流很相似。

参 考 文 献

Eriksen, C. C., 1981, Deep currents and their interpretation as equatorial waves in the western Pacific Ocean, *J. Phys. Cceanogr.*, **11**: 48—70.

Kawase, L. M., 1987, Establishment of deep ocean circulation driven by deep water production, *J. Phys. Oceanogr.*, **17**: 2 294—2 317.

Leetmaa, A., Spain, P. F., 1981, Results from a velocity transect along the equator from 125° to 159°W, *J. Phys. Oceanogr.*, **11**: 1 030—1 033.

Luyten, J. R., Fieux, M., Gonella, J., 1980, Equatorial currents in the western Indian Ocean, *Science*, **209**; 600—603.

McCreary, J. P., 1984, Equtorial beams, *J. Mar. Res.*, **42**: 395—430.

McCreary, J. P., Lukas, R. B., 1986, The response of the equatorial ocean to a moving wind field, *J. Geophys. Res.*, **91**(c10): 11 691—11 705.

Rothstein, L. M., 1983, A Model of the equatorial sea surface temperature field and associated circulation dynamics, Ph. D. dissertation, University of Hawaii, p.174.

Wu, D., 1994, Primary study on the dynamic mechanism of the deep equatorial jets, *Acta Oceanologica Sinica*, **13**: 465—474.

Wunsch, C., 1977, Response of an equatorial ocean to a periodic monsoon, *J. Phys. Oceanogr.*, **7**: 497—511.

THE CHARACTERISTIC ANALYSES OF THE DEEP EQUATORIAL JET RESPONSE TO A DEEP BUOYANCY FORCING

Wu Dexing, Feng Shizuo

(Institute of Physical Oceanography, University of Qingdao, Qingdao 266003)

ABSTRACT

Observations show that there exist surprisingly energetic deep equatorial jets of alternating eastward and westward zonal currents between 1 000—3 000 meters (Luyten et al., 1980; Leetmaa et al., 1981; Eriksen, 1981). A linear, continuously vertically stratified dynamic model of the equatorial ocean is used to investigate the major features of these jets in this paper. The model is driven by an idealized off-equatorial deep buoyancy oscillation. The results show that the establishment process of the deep equatorial circulation forced by the water production in a shallow water dynamic ocean model is equavelent to that represented by a single mode in a linear continously vertically stratified ocean dynamic model forced by the deep buoyancy forcing. The analytic solution shows that the decay effect of the vertical mixing on the vertical modes is inversely proportional to the third power of the vertical mode number. It is also clear from the solution that for the given parameters determining the wave number, the horizontal scale in the x-direction of the buoyancy forcing has a significant effect on the vertical structure and velocity magnitude of the deep equatorial jets. Under the conditions of this paper, when the horizontal scale in the X-direction of the buoyancy forcing is less than 2 000km, the simulated deep jets have structures similar to those observed.

Key words Deep equatorial jets Equatorial trapped waves Vertical orthogonal mode