

长江冲淡水路径问题的初步研究

II. 风场对路径的作用*

乐 肯 堂

(中国科学院海洋研究所, 青岛)

提要 本文从理论上研究了局地风场对夏季长江冲淡水路径变化的效应, 主要结果如下: (1) 对于长江冲淡水路径变化来说, 夏季本区平均风场的效应与底形效应相比可以忽略。(2) 当平均风涡度场的效应与底形效应相当时, 所得的近似解表明, 底形效应将使长江冲淡水的路径向左转向, 而局地风场效应只对该路径作微小的订正。

文献 [1] [以下简称 (I)], 利用地形波模式初步解释了长江冲淡水主体转向的条件和性状。然而, 由于局地风场的作用也是促使长江冲淡水主流出现向左转向的一项可能因子¹⁾, 因此, 有必要考察一下局地风场在冲淡水转向过程中所起的作用。由于 (I) 中的模式方程没有考虑风场效应, 故在本文中弥补这一不足。

一、路径方程及其量级估计

1. 路径方程的导出

同 (I) 一样, 为了讨论方便起见, 我们仍取用两种坐标系: 笛卡尔坐标系 (X, Y, Z) 和流轴坐标系 (x, y, z)。这样, 考虑到 Boussinesq 近似, 在流轴坐标系中, 描述洪水期冲淡水近岸段运动的连续方程和运动方程可写为:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \kappa uv - fv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0} A_H \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{\rho_0} A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2)$$

$$\kappa u^2 + fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (3)$$

在 z 方向上的边界条件为:

$$w|_{z=\zeta} = u \frac{\partial \zeta}{\partial x} \Big|_{z=\zeta} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} \Big|_{z=\zeta} \quad (4)$$

$$w|_{z=-h} = u \frac{\partial(-h)}{\partial x} \Big|_{z=-h} + v \frac{\partial(-h)}{\partial y} \Big|_{z=-h}$$

* 中国科学院海洋研究所调查报告第 1427 号。

收稿日期: 1987 年 3 月 27 日。

1) 乐肯堂, 1984。长江冲淡水洪水期盐度分布和海流结构的初步分析。渤海、黄海、东海调查研究报告。中国科学院海洋研究所编, 第 151—163 页。

和

$$A_z \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=\zeta} = T_x, \quad A_z \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=\zeta} = T_y \quad (5)$$

$$A_z \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=-h} = \tau_x, \quad A_z \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=-h} = \tau_y \quad (6)$$

同 (I) 一样,在式 (1—6) 中, x, y 表示流轴坐标系, z 轴向上为正,原点设在平均海平面; u, v, w 分别表示 x, y, z 方向上的流速; $f = 2Q \sin \varphi$, 为科氏参量; ρ_0 为海水参考密度; p 为压力; A_H, A_z 分别表示水平方向和垂直方向的涡动粘性系数; $h = h(x, y), \zeta = \zeta(x, y)$ 分别表示水深和海面升高; $\kappa = \kappa(x) = d\theta/dx$ 表示流轴的曲率; T_x, T_y 分别是 x, y 方向的风应力,而 τ_x, τ_y 则为相应的底应力。

为了获得冲淡水主流的路径方程,首先对 (1) — (3) 在 z 方向积分。由于非线性项的积分不可能以全流形式表示,故对非线性项的垂向积分采用直接假定^[5]。此外,由于在积分时引进了 h 和 ζ ,故在导出平均方程时便出现了 h 和 ζ 变化的二阶效应。在大洋中,由于 $\zeta \ll h$,且 h 的变化与大洋平均深度相比亦为小量,故在大洋环流模式中,通常都把上述的二阶项予以忽略。严格地说,在近岸浅海中,上述条件并不满足,但为了讨论方便起见,仍取用类似于大洋模式的假定^[6],作为零阶近似方程组。然后,采用与 (I) 相同的侧向边界条件及假定,经过同样的运算便可导出如下的路径方程:

$$\frac{d}{dx} \left(\kappa \frac{M}{h} \right) = \frac{fQ}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} + \int_{-b(x)}^{b(x)} \left(\mathbf{curl}_z \frac{\mathbf{T}}{\rho_0 h} - \mathbf{curl}_z \frac{\boldsymbol{\tau}}{\rho_0 h} \right) dy \quad (7)$$

其中, $b(x)$ 为冲淡水中射形流的宽度,而 M 及 Q 则分别表示射形流的动量通量和流量¹⁾。

2. 路径方程各项的量级估计

(1) 底应力涡度的表达式

在长江冲淡水区,要对底应力作出确切的计算,是很困难的,这不仅因为海区本身是浅海,流动具有非线性的性质,而且因为严格说来,海底是不完全粘滞的,因此在这里只能对底应力作出估算。关于浅海海底摩擦力的计算,虽然已有相当多的研究,并已提出了各种经验的和理论的表达式,但迄今仍没有公认的表达式。在这里,为简便起见,我们采用 [2] 的结果作为估算本区底应力涡度表达式的基础。在长江冲淡水区,考虑到口门处的平均水深 $H_0 = 10^3 \text{ cm}$ 并取 $A_z = 10^2 \text{ cm}^2/\text{s}$, $f = 7.6 \times 10^{-3}/\text{s}$,那么我们可以得到:

$$\int_{-b(x)}^{b(x)} \mathbf{curl}_z \left(\frac{\boldsymbol{\tau}}{\rho_0 h} \right) dy = \frac{f}{5} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q}{h} \right) \quad (8)$$

方程 (8) 表明,在 Q 为常量的情况下,如果海区的水深为常量,那么底应力对射形流路径的转向就没有贡献。

(2) 无因次方程及其量级

为了对路径方程各项量级作出估算,先引入无因次变量。令 $(x, y, X, Y) = L(x^*, y^*, X^*, Y^*)$, $(u, v) = U(u^*, v^*)$, $(h, z) = H(h^*, z^*) = (\varepsilon/L)(h^*, z^*)$, $b = lb^*$, $M = \bar{M}M^*$, $Q = \bar{Q}Q^*$, $\kappa = (1/R)\kappa^*$, $\mathbf{curl}_z \mathbf{T} = c_0 T_{cz}$, 其中 $L, U, H, l, \bar{M}, \bar{Q}, c_0$ 为

1) M 和 Q 的表达式见 [1]。

对应于各变量的特征尺度,而 ε 则为陆架的平均坡度; R 为特征曲率半径。

在对路径方程作无因次化时,为了简单起见,把风应力项中的 h 用 H_0 代替,而底形梯度的量级用 ε 表示,那么经无因次化后,路径方程 (7) 变为(以下,所有无因次变量上的 * 号均省略):

$$\frac{d}{dx} \left(\kappa \frac{M}{h} \right) = \varepsilon_1 \frac{Q}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} + \varepsilon_2 T_{cz} b - \varepsilon_3 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q}{h} \right) \quad (9)$$

$$\text{其中, } \varepsilon_1 = f \bar{Q} R \varepsilon, \quad \varepsilon_2 = \frac{2L^2}{\rho_0 M} R c_0, \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_1 / 5 \quad (10)$$

在导出方程 (9) 时,取用 $T_{cz} = \text{常量}$ 这一假定。显然,它仅适用于长江冲淡水近岸段这样中小尺度的海区。

现在估算无因次方程 (9) 右端各系数的量级。由于夏季长江径流的大部分流量通常是从北港口流出的,因此在估算冲淡水路径方程的各项效应时,将以北港口为对象来选取 H , L , U 以及 ε 等诸特征量之值。这样 $H = 10^3 \text{ cm}$, $L = 7 \times 10^5 \text{ cm}$, $U = 50 \text{ cm/s}$, $f = 7.6 \times 10^{-5} / \text{s}$, $\rho_0 = 1 \text{ g/cm}^3$, $\varepsilon = 10^{-4}$ 。关键在于如何确定风应力涡度场之特征值 c_0 。按照资料¹⁾,在夏季 (6—8 月),本区风应力涡度的量级仅为 10^{-9} N/m^3 ,这一量级显然是很小的。如果取这一量级,那么利用上述其它的特征量就可以得到 $\varepsilon_2 / \varepsilon_1 = O(5.26 \times 10^{-4})$, $\varepsilon_3 / \varepsilon_1 = O(2 \times 10^{-1})$ 。另一方面世界大洋各纬度圈上的平均风应力涡度的量级为 $10^{-8} - 10^{-7} \text{ N/m}^3$ ^[3],如取用 $10^{-8} - 10^{-7} \text{ N/m}^3$,这一最大的平均风应力涡度场的量级,那么 $\varepsilon_2 / \varepsilon_1 = O(5.26 \times 10^{-2})$ 。这样,对于长江冲淡水的路径而言,本区风应力平均涡度场的作用与地形效应相比是微不足道的。即使取世界各纬度圈的最大平均风应力涡度场的量级,平均风应力涡度对冲淡水路径的作用也仅为地形效应的 5%,仍可忽略不计。应当强调指出,在这一估算中,并没有考虑天气系统的变化,特别是夏季台风场的影响。如果考虑到天气系统的变化(例如强烈的低气压系统控制本区,甚至台风过境等),那么本区的风应力涡度场将会发生极大的变化。作为一个极端的例子,在台风的大风区中,风应力的涡度量级甚至可以超过 $1.72 \times 10^{-4} \text{ N/m}^3$ ^[4]。如果取用这一数值,那么 $\varepsilon_2 / \varepsilon_1 = O(90)$,而此时风效应将几乎高于地形效应两个量级,此外,上述的估算还表明,底摩擦效应与底形效应相比虽然较小(约为后者的五分之一),但仍以保留为宜(见表 2)。

二、路径方程之解

尽管上节的分析结果已经指出,在夏季的平均风场作用下,在长江冲淡水区中,方程 (9) 右边的 ε_2 与 ε_3 可以忽略,但由于增加了底摩擦项, M 和 Q 就不能作为常量,因此,现在的问题已不是简单的狭窄射形流问题,故我们从两方面来讨论。

1. 辐散的射形流

假设,在底摩擦作用下产生的辐散发射形流的顺流分量是顺流距离的线性函数,即

$$u = u_0(y, z) + u_1(y, z)x/R \quad (11)$$

那么,在线性底坡的陆架地形的情况下,如不计底形变化的二阶效应,那么所对应的近似

1) 过慧华等, 1964。渤海东海月平均及灾害性天气下的风场及风应力及其涡度场、散度场特征的初步分析(手稿)。

路径方程可写为:

$$\frac{d}{dx} [\kappa(1+rx)] = A(1+rsx) \frac{\partial X}{\partial x} \quad (12)$$

其中,

$$A = (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) Q_0 / M_0, \quad r = 2(M_0 / M_1) / R \\ s = Q_1 M_1 / 2 Q_0 M_0 \quad (13)$$

由此可见, r 为一小量, 而 s 具有 $O(1)$ 的量级。尽管 r 为一小量, 但考虑到辐散作用是一个积累的过程, 故在导出方程 (11) 时, 保留了含有 rx 的项, 而仅忽略了含 r 的项, 考虑到 [见 (I)]

$$\kappa = \frac{d\theta}{dx}, \quad \frac{\partial X}{\partial x} = \cos \theta \quad (14)$$

故可把 (12) 改写为:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} + \frac{r}{1+rx} \frac{d\theta}{dx} - A \frac{1+rsx}{1+rx} \cos \theta = 0 \quad (15)$$

对应的边界条件为:

$$\text{在 } x=0 \text{ 处, } \theta = \theta_{00}, \quad d\theta/dx = \kappa_{00} \quad (16)$$

我们用摄动法来求解方程 (15), 令

$$\theta = \theta_0 + r\theta_1 + r^2\theta_2 + \dots \quad (17)$$

把 (17) 代入 (15) 可得零阶的 θ 方程为

$$\frac{d^2 \theta_0}{dx^2} - A \frac{(1+rsx)}{1+rx} \cos \theta_0 = 0 \quad (18)$$

它所对应的边界条件为

$$\text{在 } x=0 \text{ 处, } \theta_0(0) = \theta_{00}, \quad \theta'_0(0) = \kappa_{00} \quad (19)$$

如取 $0 \leq \theta_0 < \frac{\pi}{2}$, 那么可得 θ_0 的如下近似解:

$$\theta_0 = \theta_{00} + (A/r^2)(1-s)(1+rx) \ln(1+rx) - [A(1-s)/r \\ - \kappa_{00}]x + (As/2)x^2 \quad (20)$$

θ_1 所满足的方程为

$$\frac{d^2 \theta_1}{dx^2} + \frac{1}{1+rx} \frac{d\theta_0}{dx} - \left[A \frac{(1+rsx)}{1+rx} \sin \theta_0 \right] \theta_1 = 0 \quad (21)$$

其中, $d\theta_0/dx = \kappa_{00} + (A/r)[(1-s)\ln(1+rx) + rsx]$, 而 θ_0 由 (20) 式给出。方程 (21) 所对应的边界条件为:

$$\text{在 } x=0 \text{ 处, } \theta_1(0) = 0, \quad \theta'_1(0) = 0 \quad (22)$$

对应于 (21) 的齐次方程为

$$\frac{d^2 \theta_1}{dx^2} - \left[A \frac{(1+rsx)}{1+rx} \sin \theta_0 \right] \theta_1 = 0 \quad (23)$$

令 $\theta'_1 = \theta_1 \varphi(x)$, 那么方程 (23) 可化为著名的 Riccati 方程:

$$\varphi' + \varphi^2 = A \frac{(1+rsx)}{1+rx} \sin \theta_0 \quad (24)$$

可惜的是,根据 Liouville 的理论^[8],方程(24)的解不能用初等函数的有限次积分以及有限次代数运算得到。尽管如此,从零阶的近似解(20)中仍可发现辐散射形流路径的若干特性。

根据(20)式求出的 θ 的近似值见表1。同时,为了进行比较,在此表中也列出了 $r=0$ 时的 θ 值,后者是根据(12)中取 $r=0$ 时方程的解计算的。从表1可看出,首先,在 $r \neq 0$ 的情况下,当 $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ 时,转向角随路径距离增加而增加,这一特性与 $r=0$

的情况相同,但前者的增加速率却比后者大。这表明,在河口外近岸段的倾斜的陆架海底上,当河口外射形流的动量通量和流量顺流增加时,加速了射形流的向左转向。其次,对

表1 冲淡水路径偏向角 θ 之值Tab. 1 Values of the deviation angle θ

a. 在 $\theta_{00} = 0, \kappa_{00} = 0, A = 0.36$ 时									
s	0.90				1.20				s 有限
r x	-0.2	-0.1	0.1	0.2	-0.2	-0.1	0.1	0.2	0
0.3	0.930	0.929	0.927	0.926	0.924	0.926	0.930	0.932	0.777
0.6	3.728	3.720	3.705	3.699	3.681	3.697	3.727	3.741	3.049
0.9	8.409	8.380	8.330	8.308	8.243	8.307	8.402	8.446	6.961
1.2	14.986	14.914	14.795	14.745	14.581	14.725	14.963	15.064	12.376
1.5	23.480	23.330	23.097	23.002	22.655	22.954	23.421	23.610	19.337
2.0	41.949	41.559	41.003	40.792	39.860	40.640	41.754	42.175	34.377
2.5	65.924	65.074	63.979	63.591	61.526	63.225	65.415	66.191	53.715
3.0	95.577	93.918	92.009	91.376	87.303	90.621	94.439	95.706	77.349
b. 在 $\theta_{00} = -26^\circ, \kappa = -0.5, A = 0.36$ 时									
s	0.90				1.20				s 有限
r x	-0.2	-0.1	0.1	0.2	-0.2	-0.1	0.1	0.2	0
0.3	-33.664	-33.665	-33.667	-33.668	-33.670	-33.668	-33.664	-33.663	-33.821
0.6	-39.460	-39.468	-39.483	-39.490	-39.508	-39.491	-39.462	-39.448	-40.095
0.9	-43.374	-43.403	-43.453	-43.475	-43.540	-43.482	-43.381	-43.337	-44.822
1.2	-45.391	-45.463	-45.582	-45.633	-45.797	-45.653	-45.414	-45.314	-48.002
1.5	-45.492	-45.461	-45.875	-45.970	-45.316	-46.018	-45.551	-45.362	-49.635
2.0	-41.346	-41.736	-42.293	-42.504	-43.460	-42.655	-41.542	-41.121	-48.918
2.5	-31.696	-32.546	-33.641	-34.028	-36.094	-34.395	-32.205	-31.429	-43.905
3.0	-16.367	-18.026	-19.934	-20.568	-24.640	-21.322	-17.505	-16.237	-34.594
3.5	4.907	1.873	-1.190	-2.144	-9.605	-3.536	2.590	4.497	-20.987
4.0	32.573	27.206	22.577	21.224	8.113	18.849	28.108	30.813	-3.081
4.5	67.579	58.040	51.352	49.520	26.624	45.702	59.077	62.743	19.120
5.0	—	94.455	85.126	82.728	—	76.864	95.523	100.318	45.620

于辐散的射形流 ($r < 0$), 上述转向角的增加特性仅限于 $x < +|r^{-1}|$, 当 $x > +|r^{-1}|$ 时, 解就不存在。这就表明, 在后一情况下, 射形流将变为涡动。另一方面, 对于辐聚的射形流 ($r > 0$), 虽然按 (20) 式计算的解继续存在于 $r \geq +r^{-1}$ 的范围内, 但实际上, 当 $\theta_0 \geq 90^\circ$ 时, 此近似解就不适用了。由此得出, 对于较小的 r [如 $r = O(10^{-2})$], 上述解较为适切, 对于较大的 r 值 (如 $r = 0.1-0.2$) 则必须要考虑一阶近似解。

2. 风涡度场对路径的效应

(1) 地形效应控制路径的情况

上节分析表明, 在风涡度场的作用下, 本区河口外射形流路径的性状强烈地依赖于风涡度场的强度, 在本区夏季平均风涡度场的作用下, 射形流的路径与 (I) 中讨论过的路径大体相似。换句话说, 在这种情况下, 在长江冲淡水的近岸段, 对于作为射形流的冲淡水主流的路径起主要作用的是陆架的底形效应, 而底摩擦效应和风涡度场的作用, 相比之下则居于次要地位。当然, 这里排除了本区出现强台风时的情况。因为, 正如前已指出的, 当本区处于强台风的控制下时, 风场对射形流路径的效应要比地形效应几乎高两个量级, 但由于台风场的作用是一个需要专题讨论的问题, 故这里不作讨论。在本节中, 仅讨论风场效应小于或相当于地形效应情况, 这样, 路径方程 (9) 的无因次方程可写为:

$$\frac{d}{dx}(\kappa M) = \varepsilon Q \frac{\partial h}{\partial x} + \delta T_{cz} b - \varepsilon_3 \frac{dQ}{dx} \quad (25)$$

其中, $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_3$, $\delta = \varepsilon_2$, 在导出 (25) 时, 底形变化的二级效应已被忽略。在 (17) 中, 引起或控制射形流路径的机制有两个, 即底形效应 (ε , 包括部分底摩擦效应) 和风涡度效应 (δ)。这两项效应之间存在着三种可能情况, 即 (i) $\varepsilon \gg \delta$; (ii) $\varepsilon \ll \delta$; (iii) $\delta \sim \varepsilon$ 。在这里先考虑情况 (iii)。因为情况 (i) 实际上已在 (I) 中作了讨论, 而 (ii) 是 (iii) 的特例, 将在稍后进行讨论。我们仍使用摄动方法求解方程 (25), 但现在需要作两种参数的展开, 以对应于不同的物理过程。对应于底形和底摩擦作用的过程可以用小参数 r 来表示, 而对应于风涡度场的效应则可用 δ 来表示。此外, 这种双参数同时展开的过程, 要求其系数是宗量的光滑函数, 但是为了保证展开中系数的光滑性, 必须给出对每个场的主要贡献的校正值, 而在顺流方向中, 各因变量则通过 rx 而连接起来。这样, 因变量的双参数展开形式可写为:

$$\begin{aligned} b &= b_{00} + rx b_{01} + \delta b_1 + \dots \\ Q &= Q_{00} + rx Q_{01} + \delta Q_1 + \dots \\ \kappa &= \kappa_0 + \delta \kappa_1 + \dots \\ M &= M_{00} + rx M_{01} + \delta M_1 + \dots \end{aligned} \quad (26)$$

式中, 下标为 00 的量表示初始状态, 下标为 01 的量则表示辐散状态, 下标 1 则表示由于风涡度而引起的校正量。把 (26) 代入 (25), 可得零阶的路径方程为:

$$\frac{d}{dx}(\kappa_0 M_{00}) = \varepsilon Q_{00} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (27)$$

其对应的边界条件为 $x_0(0) = \kappa_{00}$, $\theta_0(0) = \theta_{00}$ 。显然, 零阶路径方程 (27) 与其对应的边界条件构成了在 (I) 中讨论过的定解问题, 在线性的倾斜陆架海底的情况下, 它有解析解和极佳的近似解, 而且此解能清晰地显示出洪水期长江冲淡水主流路径的主要性状^[1]。

一阶路径方程及其有关的平衡方程为:

$$\frac{d}{dx} (\kappa_1 M_{00} + \kappa_0 M_1) = T_{cz} b_{00} \quad (28)$$

$$\frac{d}{dx} (\kappa_0 x M_{01}) = \varepsilon Q_{01} x \frac{\partial h}{\partial x} - \varepsilon_3 Q_{01} \quad (29)$$

$$\frac{d}{dx} (\kappa_1 x M_{01}) = x T_{cz} b_{01} \quad (30)$$

对应的边界条件为在 $x = 0$ 处, $\kappa_1 = 0$, $M_1 = M_{01} = Q_{01} = b_{01} = 0$ 。

一阶路径方程 (28) 的右边包括两项。第一项表示在局地风场作用下, 长江冲淡水路径的校正曲率项。第二项表示地形效应所产生的曲率与风生的射形流动量通量的相互作用项。另一方面, 如果我们能估算出 M_{01} 和 b_{01} , 那么 κ_1 也可以从式 (30) 解出。方程 (30) 的首次积分为:

$$\kappa_1 = \frac{1}{2} T_{cz} (b_{01}/M_{01}) x \quad (31)$$

而 $M_1 = T_{cz} b_{00} x \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{b_{01}}{M_{01}} \right) \left(\frac{M_{00}}{b_{00}} \right) \right] / \kappa_0$ 。方程 (31) 表明, 由风引起的射形流路径的曲率订正正比于风涡度和顺流距离。

这样, 取 κ 展开式中的前两项, 即 $\kappa = \kappa_0 + \delta \kappa_1$, κ 的表达式就可写为:

$$\kappa = (\varepsilon Q_{00} X + \kappa_{00}) / M_{00} + \frac{1}{2} \delta T_{cz} (b_{01}/M_{01}) x \quad (32)$$

由于在笛卡尔直角坐标中, κ 和 x 可由下式给出:

$$\kappa = \frac{Y''}{(1 + Y'^2)^{3/2}}, \quad x = \int_0^X \sqrt{1 + Y'^2} dX,$$

这样, 式 (32) 就可以改写为:

$$\begin{aligned} \frac{Y''}{(1 + Y'^2)^{3/2}} &= (\varepsilon Q_{00} X + \kappa_{00}) / M_{00} \\ &+ \frac{1}{2} \delta T_{cz} (b_{01}/M_{01}) \int_0^X \sqrt{1 + Y'^2} dX \end{aligned} \quad (33)$$

边界条件取为 $x = 0$ 处 $Y = 0$, $Y' = Y'(0)$ 。

方程 (33) 为一非线性的积分微分方程, 在一般情况下, 不可能求得其解析解。但考虑到 (33) 解的性状取决于 δ 相对于 ε 的量级, 同时由于在实际的长江冲淡水路径中, 一般的路径斜率为小量这一事实, 故可以对上述方程作一些简化讨论。在方程 (33) 中, Q_{00} , M_{00} 和 T_{cz} 具有 $O(1)$ 的量级, 而 (b_{01}/M_{01}) 可以合理的设为具有 $O(1)$ 的量级, 如取 ε 具有 $O(1)$ 阶, 那么 δ 的量级便可以从表 2 中得到。从表 2 可以看出, 当 $c = 10^{-7}$ 时, $\delta = O(10^{-2})$, 而前者则相当于全球分区平均风应力涡度量级的上限^[3], 如上所述, 这一量值已大于黄、东海夏季平均风应力涡度场两个量级, 而方程 (33) 表明, 即使在这样情况下, δ 项仍可忽略。

现在考虑 $c_0 = 10^{-6}$ (即 $\delta = 0.438$) 的情况。为简单计, 取方程 (33) 中具有 $O(1)$

表 2 路径方程各项系数之量级比较

Tab. 2 A comparison of coefficients of the path equation

(N/m^3)	10^{-9}	10^{-8}	10^{-7}	10^{-6}	4.3×10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}
ε_2	4.2×10^{-5}	4.2×10^{-4}	4.2×10^{-3}	4.2×10^{-2}	1.8×10^{-1}	4.2×10^{-1}	7.2
$\varepsilon_2/\varepsilon_1$	5.26×10^{-4}	5.26×10^{-3}	5.26×10^{-2}	5.26×10^{-1}	2.26	5.26	90.5
$\varepsilon_2/\varepsilon_3$	2.63×10^{-3}	2.63×10^{-2}	2.63×10^{-1}	2.63	1.32×10	2.63×10	4.53×10^2
δ/ε	4.38×10^{-4}	4.38×10^{-3}	4.38×10^{-2}	4.38×10^{-1}	1.908	4.38	7.54×10

的量均等于 1, 并设 Y 到处为小量。这样, 方程 (33) 有一近似解:

$$Y = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{1}{2} \delta \right) X^3 + \frac{1}{2} \kappa_{00} X^2 + Y'(0) X \quad (34)$$

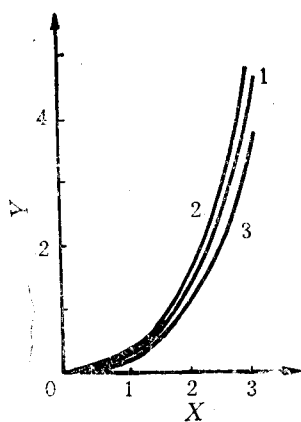


图 1 路径方程 (33) 解的性状
Fig. 1 Behavior of an approximate solution for equation (33)

1. 不考虑局地风场时;
2. 当 $c_0 = 10^{-6}$ 且风应力涡度为正时;
3. 当 $c_0 = 10^{-6}$ 且风应力涡度为负时。

为了定性地考察此解的性状, 已把它绘于图 1。图 1 表明, 即使在 $c_0 = 10^{-6}$ 的情况下, 即在风应力涡度效应已与地形效应相当的某些较强天气形势 (如气旋、反气旋) 下, 局地风场对于河口外射形流路径的作用相对于本区地形控制路径, 仅有微小的订正。当然, 如果风应力涡度再增强, 那么地形效应就会退居次要地位, 本模式将不再适用。这不仅因为象台风那样的强烈天气系统具有特殊的风应力涡度分布, 而且也因为在同样的天气系统下, 本文中的某些假定和简化将不再成立, 同时, 本区的流场将需要有一定时间进行调整, 这样就必须考虑时含模式。

(2) 平底陆架的情况

在这种情况下, 方程 (35) 变为:

$$\frac{d}{dx} (\kappa M) = \varepsilon_2 T_{cz} b - \varepsilon_3 \frac{dQ}{dx} \quad (35)$$

从表 2 可以看出, 只有当 $c_0 = 5 \times 10^{-7}$ 时, ε_2 与 ε_3 才具有相同的量级。取与前述相同的假设, 便有:

$$\kappa = c_1 \frac{x + \frac{1}{2} r s x^2}{1 + r x} - c_2 \frac{x}{1 + r x} + \frac{\kappa_{00}}{1 + r x} \quad (36)$$

其中,

$$c_1 = \varepsilon_2 T_{cz} b_{00} / M_{00}, \quad c_2 = \varepsilon_2 r s Q_{00} / M_{00} \quad (37)$$

如果用 $\kappa = Y''(1 + Y'^2)^{3/2}$, $x = \int_0^X \sqrt{1 + Y'^2} dX$ 来代替方程 (36) 中的有关量, 就可以得到在笛卡尔坐标系中的路径方程。不难看出, 这样所得到的方程是十分复杂的非线性积分微分方程。我们曾对这样的方程作了若干数值积分的例子, 其结果却大出于我们的意料, 因为数值方程的结果表明, 当 $c_0 < 10^{-6}$ 时, 相应的风场对于射形流路径的变化几乎没有影响, 而当 c_0 达到 4.3×10^{-6} 时, 此时的风场使射形流的路径变得杂乱无章而

且在这种情况下,射形流在离岸不远处就变成涡动。这种情况的产生,可能是由于此时的流动将不再是凝聚的了,于是河口外的冲淡水与其周围的海水产生了强烈的混合。

参 考 文 献

- [1] 乐肯堂, 1984. 长江冲淡水路径问题的初步研究 I. 模式。海洋与湖沼 15(2): 157—167。
- [2] 秦曾灏, 1981. 关于海底摩擦问题的探讨。海洋与湖沼 12(1): 9—23。
- [3] 管秉贤, 1981. 苏沃-与那国岛断面上黑潮流速结构的特征及其季节变化。海洋科学集刊 18: 1—17。
- [4] 梶浦欣二郎, 1961. 高潮について(続)。海と空 37(4): 29—33。
- [5] Carrier, G. F. and A. R. Robinson, 1962. On the theory of the wind-driven ocean circulation. *Jour. Fluid. Mech.* 12(1): 49—80.
- [6] Holland, W. R., 1967. On the wind-driven circulation in an ocean with bottom topography. *Tellus* 19 (4): 582—600.
- [7] Le Kentang, 1983. Some results from the study of the path of the Changjiang Diluted Water. In *Proceedings of International Symposium on Sedimentation on the Continental Shelf, with Special Reference to the East China Sea*, Hangzhou, Ocean Press, pp. 375—381.
- [8] Watson, G. N. 1945. A Treatise on the Theory of Bessel Functions. Cambridge, Chapter 4. § 4.7.

A PRELIMINARY STUDY OF THE PATH OF THE CHANGJIANG DILUTED WATER

II. The Effect of Local Wind on the Path*

Le Kentang

(Institute of Oceanology, Academia Sinica, Qingdao)

ABSTRACT

Historical data show that the general distribution of residual currents and the axis of salt tongue in the summertime Changjiang Diluted Water (CDW) is shifted to the northeast, which is to say, the main body of the CDW moves towards the northeast, instead of the southeast. In the first part of this paper, the behavior of the path of CDW is explained by means of properties of certain topographic waves in shallow sea with variable depth. The path equation used in part I, however, doesn't involve the effect of local wind. The corresponding path equation with the wind effect is established and analyzed here in order to see the effect of local wind on the CDW path. (1) In comparison with the effect of topography, the effect of the wind vorticity averaged over the CDW area (WVA) on the path of CDW can be neglected, which bears out again that the effect of topography is the main factor responsible for the diversion of the main body of CDW, as pointed out in part I. (2) Under certain synoptic situations, the order of magnitude of WVA can be comparable to that of the topography effect, thus, an approximate

* Contribution No. 1427 from the Institute of Oceanology, Academia Sinica.

solution for the path equation involving both topography effect and wind vorticity terms shows that the effect of topography will drive the path of CDW to diverse left and the local wind will modify somewhat. (3) In the case of constant depth, if the WVA is five times as much as the magnitude of averaged wind vorticity all over the world ocean area, the path will be chaotic, which may imply that the CDW has mixed up with its surrounding water and become eddies.