

用于风暴潮数值预报的分离解法

杨世莹 吴辉琰

(国家海洋局海洋环境预报中心, 北京)

摘要: 本文叙述一种用于风暴潮数值预报模式的经济的显式积分方案。应用分离技术将风暴潮模式控制方程组分成三个阶段。调整阶段包括水位梯度和科氏力项, 采用向前-向后方案积分。包括水平平流项的平流阶段采用长的时间步长。风应力、底应力和大气压力梯度项和其它项分开, 并且用和平流阶段同样长的时间步长积分。显式分离方案已应用于风暴潮模式。预报域包括黄海、东海和南海, 对一些引起风暴潮的台风个例进行后报试验。结果是采用显式分离方法比非分离方法计算经济, 而且对有些个例, 计算精度比以前所用方法也略有提高。

在风暴潮的数值模拟研究的基础上, 将二维非线性风暴潮模式和预报台风路径的移动网格正压模式连接进行台风风暴潮数值预报试验¹⁾, 并将风暴潮模式和五层斜压原始方程模式连接进行温带风暴潮数值预报个例研究²⁾。在这些数值模拟和后报试验中, 风暴潮模式采用向前-向后积分方案得到较满意的结果¹⁾。日常业务预报不仅要求准确地预报风暴潮的峰值及其出现时间, 而且要求及时地发布预报, 以便沿海地区有充分时间作出防备。因而缩短计算时间和提高预报精度对业务数值预报都具有重要意义。为了寻找适合于风暴潮数值预报的经济计算格式, 本文比较了不同的数值方法, 并叙述显式分离解法在风暴潮数值模拟和数值预报中的应用。

Marchuk^[1] 首先将分离方法应用到大气模式, 详细地叙述了分离方法原理和在苏联的具体应用。Burridge^[4] 和 Gadd^[6] 还将分离方法用于英国业务数值天气预报。大河内芳雄^[3] 在三维移动套网格台风模式中采用显式分离方案比用 Euler 后差方案约缩短 $\frac{1}{4}$ 计算时间。我们将显式分离方法应用于正压移动套网格原始方程模式预报台风路径, 试验表明, 计算时间也可明显地缩短^[1]。分离方法应用于风暴潮模式, 将其控制方程组分成平流、强迫和适应三个阶段。分别采用不同的时间步长积分。由南海和黄、东海的一些个例后报试验结果表明: 采用分离显式方案计算经济, 而且有些个例预报精度也略有提高。

一、风暴潮模式和数值方法

假定海水均匀不可压缩, 海面水位和整层深度平均流预报方程组为

收稿日期: 1987年10月27日。

- 1) Wu Huiding and Ji Xiaoyang, 1986. Numerical prediction of typhoon surges (Submitted to IS-PSBECS Conference Series, Nov. 3-6. Qingdao, China).
- 2) Ji Xiaoyang and Wu Huiding. 1987. A case study of numerical prediction for extratropical storm surges (Submitted to ISSS Conference Series, Sep. 15-17, Beijing, China).

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} - f \mathbf{K} \times \mathbf{V} - g \nabla \zeta - \frac{1}{\rho} \nabla p_a + \frac{\tau_a}{\rho_D} - \frac{\tau_b}{\rho_D} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\nabla \cdot (D \mathbf{V}) \quad (2)$$

式中,

$$\mathbf{V} = \frac{1}{D} \int_{-h}^{\zeta} \mathbf{v} dz, \quad D = \zeta + h,$$

ζ 是偏离平衡状态的海面水位; h 是取自海图的海水深度, 平滑后作为模式的水深; ρ 是海水密度; p_a 是海面大气压力; τ_b 是海底应力, 假定与平均流平方成正比; τ_a 是海面风应力, 假定为风速平方的函数, 即

$$\tau_a = \rho_a C_D |\mathbf{V}_a| \mathbf{V}_a \quad (3)$$

式中, ρ_a 为海面空气密度; C_D 为海面拖曳系数, 取 2.6×10^{-3} ; $\mathbf{V}_a$ 是海面风矢量。根据台风中心位置、强度、最大风速及最大风速半径等参数的实测资料, 使用理想台风模型确定海面风压场。进行数值预报试验时, 利用正压移动套网格大气模式预报台风位置, 以及其它参数经验预报值, 再按照理想台风模型确定海面风压场的预报值。风暴潮预报域如图 1 所示, 覆盖黄海、东海和南海部分海域。都采用 Arakawa B 型网格, 格距分别为 0.5 和 0.125 纬距。采用向前-向后方案积分方程组(1)和(2)。按照稳定性判据要求, 分别选取时间步长为 5 分钟和 90 秒得到稳定的满意的计算结果。如果方程(1),(2)的右边仅保留重力波项, CFL 稳定性判据允许时间步长为蛙跃格式的 2 倍。由于海洋模式里平流项相对于其它项的作用比在大气模式里弱, 平流项采用空间中央差仍可得到稳定的解。但对于大气模式这样做是不稳定的^[7]。如非线性项采用时间滤波处理, 还可提高计算稳定性^[2]。当然采用向前-向后时间积分和 Lax-Wendroff 平流方案更能有效地提高时间步长。

为了寻找更经济的计算方案, 当然首先想起隐式方案。如方程(1)和(2)仅考虑描述平流过程和适应过程的项, 可简化为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + A_u \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + A_v \quad (5)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -H \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + A_\zeta \quad (6)$$

式中, H 为平均水深; A_u , A_v 和 A_ζ 为平流项。很显然, 用完全隐式方案解(4)~(6)方程是不可能的。分离方法和半隐式方法是处理上述方程中平流项、科氏力项、水位梯度力项和其它项的有效方法。

方程(4)~(6)简化为一维线性方程组并无因次化为:

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial t} = -U \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} - C \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \hat{\zeta}}{\partial t} = -U \frac{\partial \hat{\zeta}}{\partial x} - C \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} \quad (8)$$

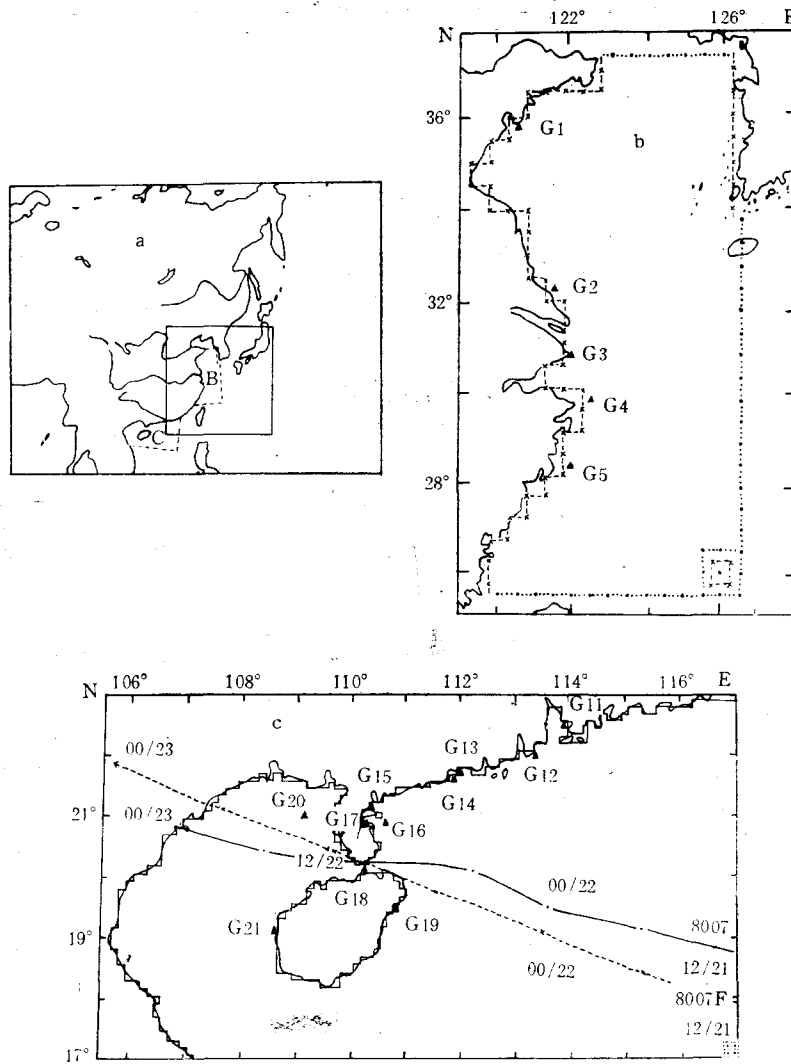


图 1 风暴潮模式计算域

Fig. 1 The domain for storm surge prediction

a. 台风预报区域; b. 黄海和东海风暴潮预报区域, 见图 1a 中 B 所示; c. 南海风暴潮预报区域, 见图 1a 中 C 所示 (图中虚线和实线分别表示 8007 号台风预报和观测的路径)。

式中, $C = \sqrt{gH}$; $\hat{u} = U/C$; $\hat{h} = h/H$; U 表示常流。采用 Kasahara^[9] 第二类差分方案, 省略符号 $\wedge$; (7), (8) 的差分表达式为

$$u_{i+1}^{n+\frac{1}{2}} = u_i^{n-\frac{1}{2}} - U \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \right\}_i^n \Delta t - C \left\langle \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right\rangle_i^n \Delta t \quad (9)$$

$$\zeta_i^{n+1} = \zeta_i^n - U \left\{ \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right\}_i^{n+\frac{1}{2}} \Delta t - C \left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle_i^{n+\frac{1}{2}} \Delta t \quad (10)$$

式中,

$$\left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \right\}_i^n = \left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle_i^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{2} \left[U \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_i^{n-\frac{1}{2}} + C \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right)_i^n \right]$$

$$\left\{ \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right\}_i^{n+\frac{1}{2}} = \left\langle \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right\rangle_i^n - \frac{\Delta t}{2} \left[U \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right)_i^n + C \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_i^{n+\frac{1}{2}} \right]$$

$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i^n$, $\left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle_i^n$ 和 $\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_i^n$ 等分别表示 $\frac{\partial u}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ 在 n 步时间和 i 点空间的差分近似值, 分别表示为

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i^n = (u_{i+\frac{1}{2}}^n - u_{i-\frac{1}{2}}^n) / \Delta x$$

$$\left\langle \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle_i^n = (u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) / 2\Delta x$$

和

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_i^n = (u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n) / (\Delta x)^2$$

u 值定义在半时间步数、整数空间点; ζ 值定义在整时间步数和整数空间点上。

(7)和(8)式的解指出:

(1) 当 $C = 0$, 如 $\left| U \frac{\Delta t}{\Delta x} \right| \leq 1$, 计算稳定;

(2) 当 $U = 0$, 如 $C \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 2$, 计算稳定;

(3) 当 $C > |U| > 0$, 绝对不稳定;

(4) 当 $|U| > C > 0$ 或 $|U| = C$, 条件稳定。

上述结果表明, 如方程中只包含平流项满足条件 (1); 如只包含重力波项满足条件 (2), 分别都是稳定的。正如 Mesinger 和 Arakawa (1976) 所指出的, 方程(7)和(8)采用半隐式方案, 平流项可以采用一种方案, 重力波项可以采用另一方案, 而且可以取一个共同时间步长, 使它们分别都稳定, 但不能保证两者组合也是稳定的。而我们应用分离方法可以避免这个问题。

二、分离方法

按照 Marchuk 分离方法的概念, 在每一时间步长内将一组包含若干项的复杂方程组, 按各项物理意义分成只包含一项或两项的简单的若干子方程组, 在这个时间步长内接连解这些子方程组。将(1), (2)式简单地表示为

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} U \\ v \\ \zeta \end{pmatrix} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \quad (11)$$

式中, A_1 表示平流项; A_2 表示适应项, 包括水位梯度力项和科氏力项; A_3 表示强迫项,

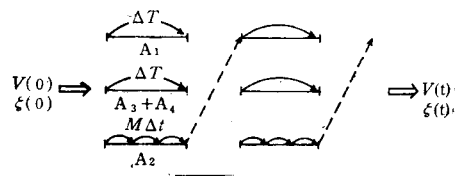
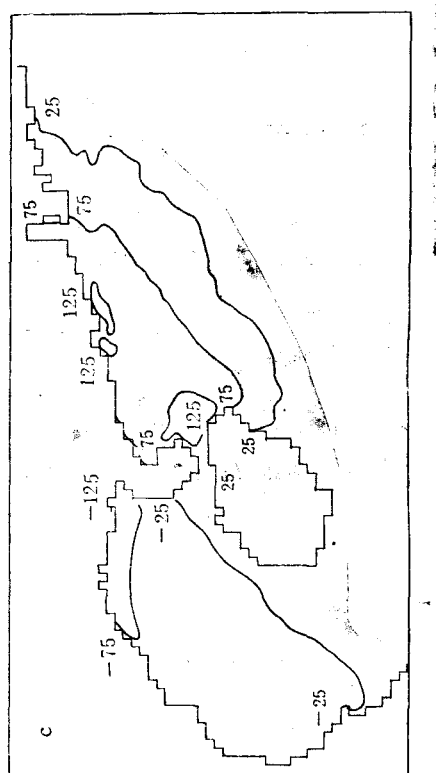
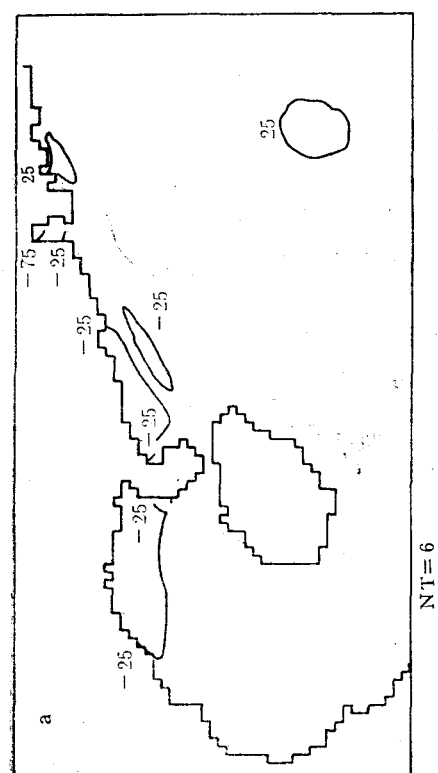
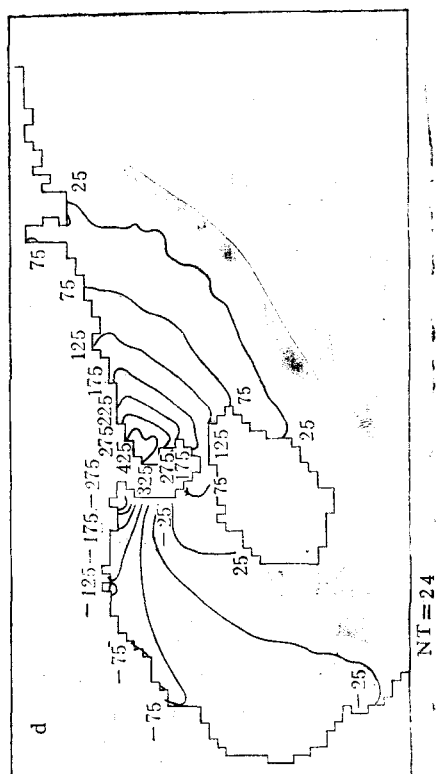
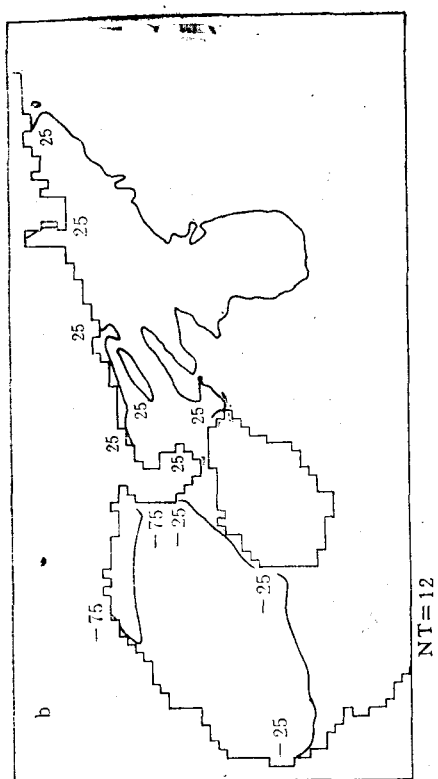


图2 时间积分方案

Fig. 2 Split explicit integration scheme.



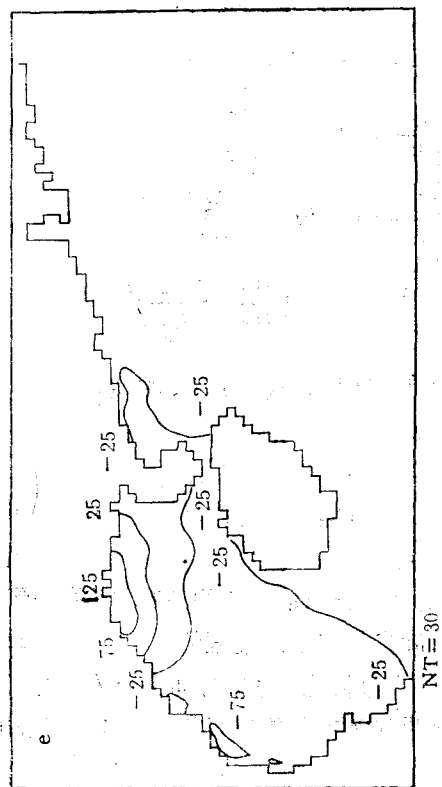


图 3 8007 号台风每 6 小时预报的水位场

从 1980 年 7 月 21 日 18 时(世界时, NT = 6) 到 22 日 18 时 (NT = 30) (纵横坐标同图 1)

Fig. 3 Predicted surge elevation fields of Typhoon 8007 in every 6h from 18GMT 21st to 18GMT 22nd July, 1980

a. NT = 6; b. NT = 12; c. NT = 18; d. NT = 24; e. NT = 30.

包括风应力项和气压梯度力项; A_4 表示耗散项即方程(1)中底摩擦项。按积分顺序分离成下列三组子方程组:

$$A_1: \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial t} = -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} = -u \frac{\partial D}{\partial x} - v \frac{\partial D}{\partial y} \end{cases} \quad (12)$$

$$A_3 + A_4: \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial x} + \frac{1}{\rho_D} (\tau_{ax} - \tau_{bx}) \\ \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial y} + \frac{1}{\rho_D} (\tau_{ay} - \tau_{by}) \end{cases} \quad (13)$$

$$A_2: \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = fv - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} = -fu - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} = -D \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (14)$$

假如 $|\lambda_1|$, $|\lambda_2|$ 和 $|\lambda_3|$ 分别为方程组(12)–(14)变量的增长因子。很容易证明方程组(11)同一变量增长因子 $|\lambda|$ 有下列关系

$$|\lambda| = |\lambda_1| |\lambda_2| |\lambda_3| \quad (15)$$

所以,只要每一子方程组所选取的积分方案是稳定的,组合后方程组积分一定稳定。按照图2所示,连续积分(12)–(14)式得到任一时间水位 ζ 和深度平均流速 $\mathbf{V}$ 。平流过程即使选取不稳定的前差积分方案,时间步长选取较长的 ΔT , 仍能得到稳定的解。积分一步结果作为强迫过程积分初值,时间步长与平流过程的步长一样为 ΔT , 也采用简单的前差方案。将所得结果作为适应过程积分初值,每步时间步长为 Δt , 采用向前-向后方案,经过 $\Delta T (=M\Delta t)$ 积分后所得结果作为方程组(11)积分一步 ΔT 后的预报结果。

三、计算结果

我们已经进行了一些试验,模拟和预报 8007, 8616, 7406, 7220 和 7910 等台风所引起的风暴潮。在黄海和东海采用 Fijita^[9] 所提出的台风气压分布作为理想台风场, 然后利用梯度风关系计算风速, 并考虑台风风场的耦合和台风移动的影响。在南海采用 jelesnianski^[6] 的理想台风模型。由上述风暴潮模式利用显式分离积分方案得到水位和深度平均流。图3和图4分别表示南海海域的水位和深度平均流的时间变化。正如Wu^[1]等所叙述

1) 见 562 页脚注 1)。

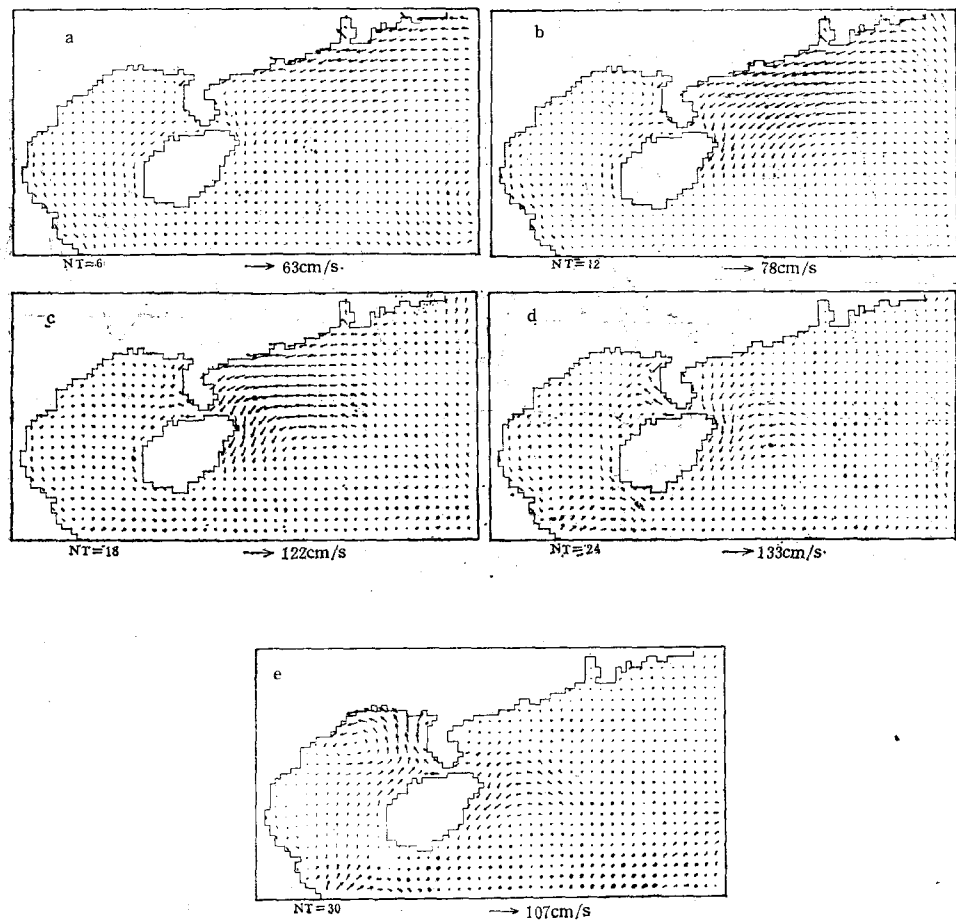


图4 8007号台风每6小时预报的深度平均流场(说明同图3)

Fig. 4 Predicted current fields of Typhoon 8007 in every 6h

的,这一系列图清楚地显示出8007号台风引起的风暴潮的发展过程。由图4预报的深度平均流场明显地看到,沿广东沿海向西海流增强,然后转向南,在7月22日沿雷州半岛东侧引起海面水位骤增。

8007号台风用分离积分方案预报结果优于非分离方法。图5a表明格点G11—G18的预报水位和附近潮汐站观测结果相当一致。用分离方法计算的结果比非分离方法更接近于实况。如图5b所示,对于7406号台风也是一样。但是对于8616号台风用分离方法计算结果比非分离方法差。在格点G14, G15和G17预报的水位明显超过附近测站的观测值(图5c)。表1给出计算的风暴潮峰值和实况的比较,表明计算的结果是满意的。计算的峰值和出现的时间和实测相当一致。并且还指出对一些个例用分离方法可以提高精度。例如8007号台风预报的峰值和它们出现的时间的WRMSE对于分离方法分别为26.1cm和1.2h,但对于非分离方法为48.7cm和1.4h。WRMSE表示计算值相对于观测值的加权均方差。如图6所示,权重因子(W)是增水最强地点的距离(S)的函数。

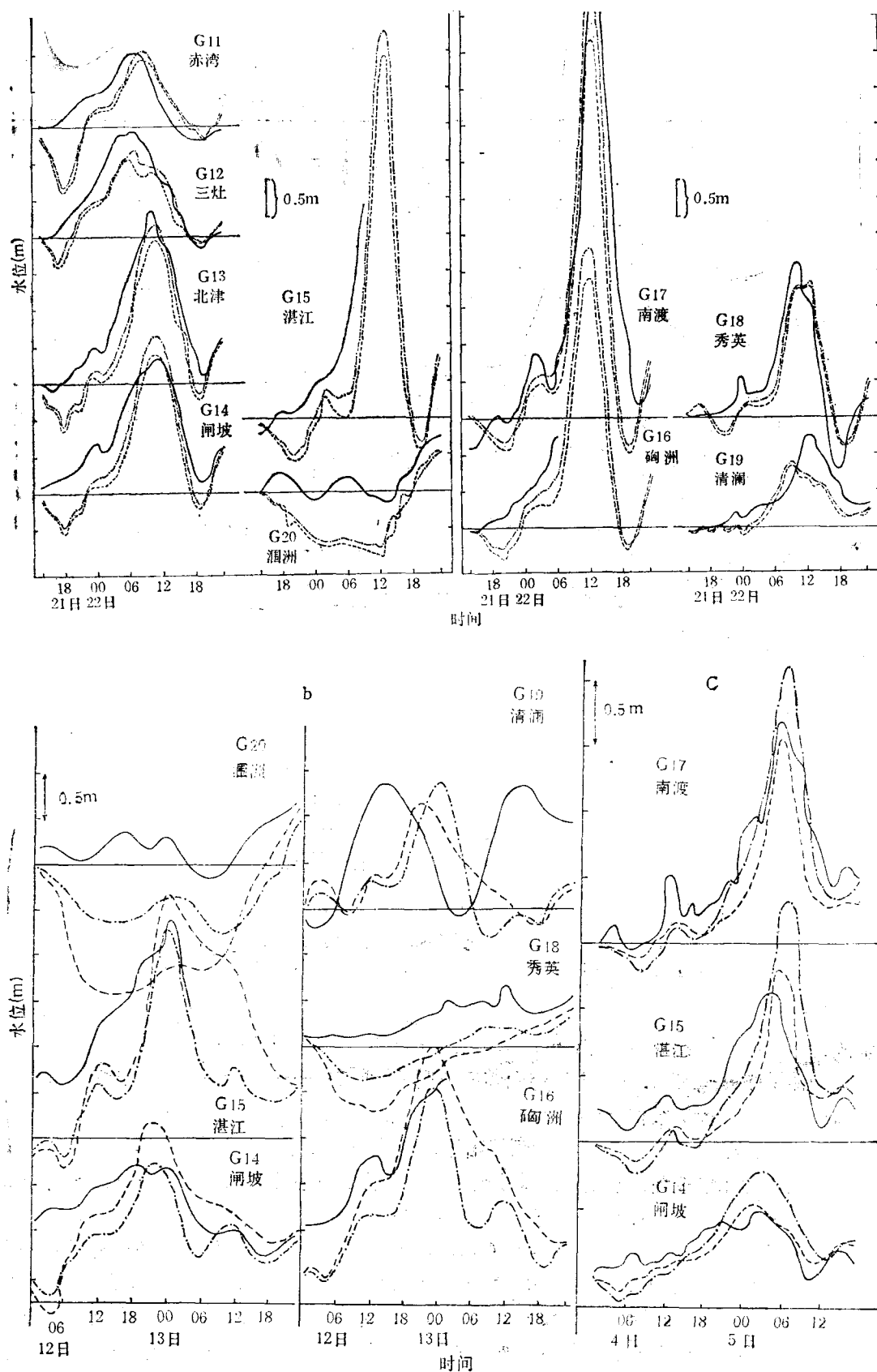


图5 用分离方法(— · — · —)、非分离方法(---)预报的风暴潮水位在格点随时间的演变和附近测站的实测值(——)

Fig. 5 Temporal evolution of the surge elevations at grid points predicted by the splitting method (dot-dashed line) and the unsplitting method (dashed line), respectively, and of the stations near by observed (solid line) values at the tidal

a. 8070 号台风; b. 7406 号台风; c. 8616 号台风。

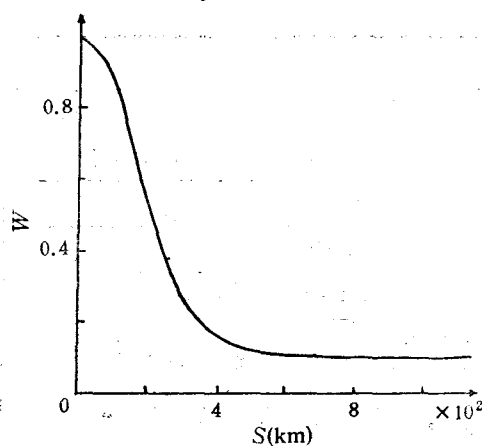


图 6 权重函数

Fig. 6 Weighted function

表 1 还指出,使用分离技术比非分离方法能使计算非常经济。对于 8007 号台风用分离方法预报需 CPU 时间为 0.2850h,而采用非分离方法却需 0.5333h, CPU 是指 Honeywell DPS8/52 计算机中央处理器。已计算的个例指出,采用显式分离方案可节省 CPU 时间 46.3%。

表 1 观测和计算的风暴潮峰值比较

Tab. 1 Comparison between the observed and the computed peak surges

观 测 值				预 报 值			
				方案	非分离解法		分离解法
				时间步长(s)	90		$\Delta t = 120 \quad \Delta T = 720$
				CPU(h)	0.5333		0.2850
				WRMSE	48.7cm	1.4h	26.1cm 1.2h
站名	峰值 (cm)	时间 (GMT) (7月22日)	格点	峰值 (cm)	时间 (GMT) (7月22日)	峰值 (cm)	时间 (GMT) (7月22日)
赤湾	101	0630	G11	94	0700	102	0800
三灶	150	0730	G12	107	0500	120	0600
北津	236	0950	G13	195	1000	218	1100
闸坡	209	1100	G14	189	1000	216	1100
湛江	465	1230	G15	491	1200	555	1300
碓洲	373	1228	G16	338	1100	382	1200
南渡	594	1223	G17	522	1100	580	1200
秀英	242	0939	G18	179	1100	185	1200
清澜	103	1210	G19	81	0800	89	0900

续表

(b) 7406 号台风							
观 测 值			预 报 值				
			方案	非分离解法		分离解法	
			时间步长 (s)	90		$\Delta t = 120 \quad \Delta T = 720$	
			CPU(h)	0.7351		0.3928	
			WRMSE	46.7cm	2.1h	27.9cm	1.1h
站名	峰值 (cm)	时间 (GMT) (6月12—13日)	格点	峰值 (cm)	时间 (GMT) (6月12日)	峰值 (cm)	时间 (GMT) (6月12—13日)
北津	132	0000/13	G13	170	2100	122	2200/12
闸坡	125	1900/12	G14	173	2100	124	2200/12
湛江	237	0100/13	G15	266	2300	230	0000/13
南渡	265	0000/13	G17	324	2200	264	0000/13

(c) 8616 号台风							
观 测 值			预 报 值				
			方案	非分离解法		分离解法	
			时间步长 (s)	90		$\Delta t = 120 \quad \Delta T = 720$	
			CPU(h)	0.7000		0.3833	
			WRMSE	43.5cm	1.5h	64.6cm	2.1h
站名	峰值 (cm)	时间 (GMT) (9月5日)	格点	峰值 (cm)	时间 (GMT) (9月5日)	峰值 (cm)	时间 (GMT) (9月5日)
闸坡	98	0300	G14	105	0300	157	0300
湛江	232	0400	G15	293	0600	365	0700
南渡	339	0500	G17	319	0600	423	0600

四、小 结

缩短计算机时和提高预报精度对业务数值预报都是非常重要的。分离方法应用于风暴潮模式给我们很大的启示。上述结果指出应用显式分离方法预报或模拟风暴潮明显的优点是计算非常经济,并且还可以提高某些个例的计算精度。

有关进一步的研究工作正在进行,寻找更适合于平流阶段差分方案和对适应阶段的向前-向后方案进一步改进。为了寻找更加经济、精度更高的计算方案,正在比较用于风暴潮模式的几种数值方法。预期显式分离方法不仅在风暴潮模式而且在其它海洋模式里的应用会取得成功。

参 考 文 献

- [1] 吴辉碇、杨世莹,1984。分离解法在台风数值预报中的初步应用。海洋预报服务 1(2): 18—22。
- [2] 吴辉碇、季晓阳,1985。台风风暴潮的数值预报试验。海洋学报 7(3): 633—640。

- [3] 大河内芳雄, 1983. 台风 3 次元モデルによる進路予報. 天気 30: 277—289.
- [4] Burridge, D. M., 1975. A split semi-implicit reformulation of the Bushby-Timpson 10 level model. *Quart. J. R. Met. Soc.* 101: 777—792.
- [5] Fijita, T., 1952. Pressure distributed in typhoon. *Geophys. Mag.* 23: 437—452.
- [6] Gadd, A. J., 1978. A split explicit integration scheme for numerical weather prediction. *Quart. J. R. Met. Soc.* 104: 569—582.
- [7] Haltiner, G. J. and R. T. Williams, 1980. *Numerical Prediction and Dynamic Meteorology*, Second Edition, John Wiley & Sons, 471pp.
- [8] Jelesnianski, C. P., 1965. A numerical calculation of storm tides induced by a tropical storm impinging on a continental shelf. *Mon. Wea. Rev.* 93: 343—358.
- [9] Kasahara, A., 1965. On certain finite-difference methods for fluid dynamics. *Mon. Wea. Rev.* 93: 27—31.
- [10] Marchuk, G. I., 1974. *Numerical Methods in Weather Prediction*. New York, Academic Press, 273pp.

A SPLIT EXPLICIT SCHEME FOR NUMERICAL STORM SURGE PREDICTION

Yang Shiyong and Wu Huiding

(National Research Center for Marine Environment Forecasts, SOA, Beijing)

ABSTRACT

An economical explicit integration scheme for a numerical storm surge prediction model is described in this paper. A splitting technique is used, with which the governing equations for the storm surge model are divided into three stages. The adjustment stage includes the elevation gradient and Coriolis terms which is integrated by using a forward-backward method. In the advection stage, the horizontal advection terms are calculated with a longer timestep. The wind stress, bottom stress and the atmospheric pressure gradient terms are split from the other terms and integrated in a separate stage with the same timestep as used in the advection stage. The forecasting region covers the Huanghai Sea, the East China Sea and the South China Sea. The hindcasts have been carried out for some cases of typhoons which caused storm surges. The use of split explicit scheme leads to a substantial computational economy compared with previously available schemes. It is shown that the computed results improve accuracy for some cases.