

非均匀浅海中噪声场的时空相关函数

唐应吾

(中国科学院声学研究所)

对噪声场的时空相关函数的理论研究,以往的工作均是就海水介质是均匀的全空间或是均匀的半空间来处理问题的^[1,2,8]。对非均匀浅海中噪声场的时空相关函数讨论得较少,只在文献[6]中进行了一些讨论,但[6]中的结果与[1]中的结果不一致。本文仍据[1,2]中的结果,用简正波理论来计算非均匀浅海中噪声场的时空相关函数。

浅海自然噪声源,主要是表面噪声源,如海水表面张力波的辐射、海浪飞溅、气泡破裂等,而体积噪声源则是很微弱的(主要是湍流引起的)。因此,我们在此只计算表面噪声源所产生的噪声场的时空相关函数,并仅限于正、负声速梯度浅海两种情况。

一、非均匀浅海中噪声场时空相关函数的积分表达式

如果假定噪声源均匀而独立地分布在海水表面上,则其噪声场的时空相关函数可用表达式^[1,2]

$$\phi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau) = \int_{\mathcal{Q}} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) K_{\mathbf{x}_1}(i\omega) K_{\mathbf{x}_2}(-i\omega) e^{i\omega\tau} d\omega d\mathcal{Q}' \quad (1)$$

来计算。式中 $\phi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau)$ 为具有时延为 τ 的两点 $\mathbf{x}_1$ 与 $\mathbf{x}_2$ 的噪声场时空相关函数, $S(\omega)$ 为噪声源的功率谱, $\mathcal{Q}$ 为噪声源所布满的海水表面, ω 为角频率, $K_{\mathbf{x}_1}(i\omega)$ 为简谐点(噪声)源在 $\mathbf{x}_1$ 点处的声场, $i = \sqrt{-1}$ 。

对于非均匀浅海, $K_{\mathbf{x}_1}(i\omega)$ 可表为¹⁾

$$K_{\mathbf{x}_1}(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[F_1(z_0) + D_s F_2(z_0)][F_1(z_1) + D_b F_2(z_1)]}{W(F_1, F_2)[D_s - D_b]} H_0^{(1)}(\nu r_1) \nu d\nu, \quad (2)$$

同样,有

$$K_{\mathbf{x}_2}(-i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[F_1^*(z_0) + D_s^* F_2^*(z_0)][F_1^*(z_2) + D_b^* F_2^*(z_2)]}{W^*(F_1, F_2)[D_s - D_b]^*} H_0^{(2)}(\nu^* r_2) \nu^* d\nu^*, \quad (3)$$

式中

$$D_s = -\frac{(1 + V_s)F_1'(0, \nu) - iq_0(V_s - 1)F_1(0, \nu)}{(1 + V_s)F_2'(0, \nu) - iq_0(V_s - 1)F_2(0, \nu)};$$

$$D_b = -\frac{(1 + V_b)F_1'(H, \nu) - iq_H(1 - V_b)F_1(H, \nu)}{(1 + V_b)F_2'(H, \nu) - iq_H(1 - V_b)F_2(H, \nu)};$$

$$W(F_1, F_2) = F_1(z_0, \nu)F_2'(z_0, \nu) - F_2(z_0, \nu)F_1'(z_0, \nu).$$

$H_0^{(1,2)}(\nu r)$ 为零阶第一、二类汉开尔函数; V_b 和 V_s 各为平面声波在海底表面与海水表面上的反射系数; $q_0 = \sqrt{k_0^2 - \nu^2}$; $q_H = \sqrt{k_H^2 - \nu^2}$; $k_0 = k(0)$; $k_H = k(H)$; $k(z)$ 为海水

1) 唐应吾,具有粗糙界面的非均匀浅海中的声场。(未发表资料)

本刊编辑部收到稿件日期:1980年5月30日。

中的波数; z 为沿直坐标自海面向下为正; ν 为 $k(z)$ 的水平分量; z_0 为噪声源的 z 向坐标 ($z_0 \approx 0$); z_1 和 z_2 各为 $\mathbf{x}_1$ 与 $\mathbf{x}_2$ 的 z 向坐标; $F_1(z, \nu)$ 和 $F_2(z, \nu)$ 为一维波动方程

$$\frac{d^2 F}{dz^2} + q^2(z, \nu)F = 0 \quad (4)$$

的一组线性独立解; $q^2(z, \nu) = k^2(z) - \nu^2$; r_1 为噪声源至 $\mathbf{x}_1$ 点的水平距离; H 为海深, $\phi^*(x)$ 为 $\phi(x)$ 的共轭函数。

实验证明, 表面噪声源辐射时具有指向性因子 $g(\theta)$ (θ 为噪声源至接收器的连线与垂直方向的夹角), 因此表达式(2)与(3)应修改为

$$K_{\mathbf{x}_1}(i\omega) = g(\theta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[F_1(z_0, \nu) + D_s F_2(z_0, \nu)][F_1(z_1, \nu) + D_b F_2(z_1, \nu)]}{W(F_1, F_2)[D_s - D_b]} \\ \times H_0^{(1)}(\nu r_1) \nu d\nu = \int_{-\infty}^{\infty} G(z_0, z_1, \theta) H_0^{(1)}(\nu r_1) \nu d\nu \quad (2')$$

同样, 有

$$K_{\mathbf{x}_2}(-i\omega) = g^*(\theta) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[F_1^*(z_0, \nu) + D_s^* F_2^*(z_0, \nu)][F_1^*(z_2, \nu) + D_b^* F_2^*(z_2, \nu)]}{W^*(F_1, F_2)[D_s - D_b]^*} \\ \times H_0^{(2)}(\nu^* r_2) \nu^* d\nu^* = \int_{-\infty}^{\infty} G^*(z_0, z_2, \theta) H_0^{(2)}(\nu^* r_2) \nu^* d\nu^* \quad (3')$$

把表式(2')和(3')代入(1)式中, 得非均匀浅海中噪声场的时空相关函数的积分表达式。

$$\Psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau) = \int_{\Omega} \iiint G(z_0, z_1, \theta) G^*(z_0, z_2, \theta) S(\omega) H_0^{(1)}(\nu r_1) H_0^{(2)}(\nu^* r_2) \\ \times e^{i\omega\tau} \nu \nu^* d\nu d\nu^* d\omega dQ'. \quad (5)$$

式(5)将噪声场的时空相关函数与浅海各环境参数联系起来了。瑕积分(5)中对 ν 和 ν^* 的积分的计算, 在海洋中的声传播理论里已有过详尽的研究, 其中一切结果皆可借用。

从式(2')、(3')和(5)中还可看出, 海面与海底的不平整性对海水中噪声场的时空相关函数的影响是通过平面波在其上的反射系数 V_s 和 V_b 来表现的。

二、噪声场的物理图象

实验证明, 表面噪声源主要是向下辐射, 放在海水中的水听器所接收到的噪声主要来自近处表面源的垂直方向和远处表面源的水平方向(如图1所示)。显然, 要计算噪声场

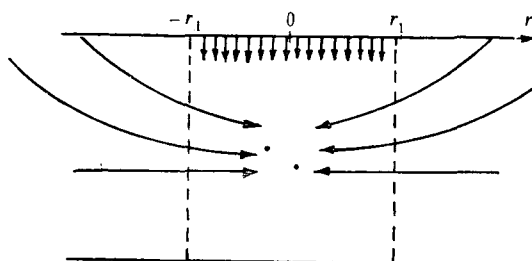


图1 噪声场的物理图象

Fig. 1. Physical figure of noise field.

的时空相关函数, 必须确定出“近处”和“远处”的界限。我们用声场结构中的第一过渡距离 r_1 为界限。如果我们假设海底是均匀的液型介质, 且海底的表面是平滑的, 则由[3, 5]可知, 对于正声速梯度浅海^[5], 有

$$r_1 = H/2 \quad (6)$$

对于负声速梯度浅海^[3], 有

$$r_1 = 2PH/\pi \quad (7)$$

式中 P 为 $m/\sqrt{n^2 - 1}$ 的实部, m 为海底密度对海水密度的比值, n 为海水中的声速对海底中的声速的比。(7)式只有在 $P > 1$ 时成立, 当 $P < 1$ 时, (7)式要换为(6)式

据上所述, 我们可将非均匀浅海划分为两个区域: 在接收器附近的区域 (即离 0 处噪声源的水平距离 $r \leq r_1$ 的区域) 为“准均匀区”, 即在这个区域内可将海水视为无限均匀的, 而声强随距离近似地按反平方规律衰减; 在离接收器较远的区域 ($r > r_1$) 为非均匀区, 这里的噪声场要按简正波方法来计算。噪声场的这一物理图象告诉我们, 式(5)可写为

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau) = & \int_{\Omega_1} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) |g(\theta)|^2 R^{-2} \exp[-2\alpha'_0 R + ik_0(R_1 - R_2) + i\omega\tau] d\omega d\Omega' \\ & + \int_{\Omega_2} \iiint G(z_0, z_1, \theta) G^*(z_0, z_2, \theta) S(\omega) H_0^{(1)}(\nu r_1) H_0^{(2)}(\nu^* r_2) \\ & \times e^{i\omega\tau} \nu \nu^* d\nu d\nu^* d\omega d\Omega' \end{aligned} \quad (8)$$

这儿 R_1 为噪声源至 $\mathbf{x}_1$ 的距离, R 为噪声源至 $\mathbf{x}_1$ 与 $\mathbf{x}_2$ 连线中点的距离, α'_0 为海水中的声振幅吸收系数, $\Omega = \Omega_1 + \Omega_2$ 。

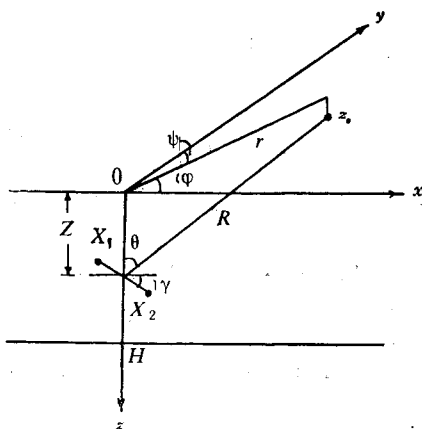


图 2 有两个接收器的表面噪声源的示意图

Fig. 2. A sketch map showing surfacenoise sources for two receivers.

因为 $R_1 - R_2$ 可近似地表为^[8]

$$R_1 - R_2 \approx b \sin \theta \cos \gamma \sin \varphi + b \sin \gamma \cos \theta \quad (9)$$

代入(8)式中, 再利用留数理论来完成对 ν 和 ν' 的积分

$$\Psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau) \cong 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \int_Z^{R_0} S(\omega) \frac{e^{-2\alpha'_0 R}}{R^3} Z^2 J_0(kb \sin \theta \cos \gamma) e^{i\omega\tau}$$

$$\begin{aligned} & \times e^{ikb\sin\gamma\cos\theta} dR d\omega + 4\pi^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Omega_2} \sum_l \sum_{l'} \\ & \times \cos\theta_l \cos\theta_{l'} G(z_0, z_1, \nu_l) G^*(z_0, z_2, \nu_{l'}^*) \\ & \times \nu_l \nu_{l'}^* H_0^{(1)}(\nu_l r_1) H_0^{(2)}(\nu_{l'}^* r_2) e^{-\alpha_0' r_1 - \alpha_0' r_2 + i\omega\tau} dQ' d\omega \end{aligned} \quad (10)$$

以上 b 为 $\mathbf{x}_1$ 与 $\mathbf{x}_2$ 之间的距离, φ 为 x 轴与 r 之间的夹角, γ 为 $\mathbf{x}_1$ 与 $\mathbf{x}_2$ 的连线同水平方向之间的夹角, $R_0 = \sqrt{Z^2 + \hat{r}_1^2}$, Z 为 $\mathbf{x}_1$ 与 $\mathbf{x}_2$ 两点的平均深度, $\hat{r}_1$ 为 Ω_1 的半径(见图2), $J_0(x)$ 为零阶贝色尔函数, ν_l 是极点方程

$$D_l = D_b \quad (11)$$

的第 l 个根,

$$G(z_0, z_1, \nu_l) = \frac{[F_1(z_0, \nu_l) + D_l F_2(z_0, \nu_l)][F_1(z_1, \nu_l) + D_b F_2(z_1, \nu_l)]}{W(F_1, F_2) \frac{\partial}{\partial \nu} [D_l - D_b]_{\nu_l}} \quad (12)$$

在得出(10)式时,我们用到了实验结果

$$g(\theta) = \cos\theta = Z/R$$

和略去了沿分支线的积分。(10)中极点的留数和就是简正波场。

三、非均匀浅海中噪声场的时空相关函数积分表达式的简化

对于浅海,(10)式中的干涉项对 $\Psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau)$ 的贡献可以忽略掉,这时有 Ψ 的简化表达式:

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_Z^{R_0} 2\pi S(\omega) \frac{e^{-2\alpha_0' R}}{R^3} Z^2 J_0(kb \sin\theta \cos\gamma) e^{ikb\sin\gamma\cos\theta + i\omega\tau} \\ &\times dR d\omega + 4\pi^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Omega_2} S(\omega) \\ &\times \sum_l \cos^2\theta_l G(z_0, z_1, \nu_l) G^*(z_0, z_2, \nu_l) |\nu_l|^2 \\ &\times H_0^{(1)}(\nu_l r_1) H_0^{(2)}(\nu_l^* r_2) e^{-\alpha_0' (r_1 + r_2) + i\omega\tau} dQ' d\omega. \end{aligned} \quad (10')$$

当条件

$$\nu_l r_1 \gg 1 \quad \text{及} \quad \nu_l^* r_2 \gg 1 \quad (13)$$

严格成立时,(10')式右边第二项还可以简化。为此,我们设 $\mathbf{x}_1$ 与 $\mathbf{x}_2$ 的坐标各为 $(-\frac{L}{2}, 0, z_1)$ 和 $(\frac{L}{2}, 0, z_2)$, 于是 $r_1 = r + \frac{L}{2} \sin\phi$, $r_2 = r - \frac{L}{2} \sin\phi$ 。在通常的情况下, ν_l 为复数

$$\nu_l = \mu_l + i\beta_l,$$

把上述各量代入(10')式,并利用条件(13)和关系式 $\cos\theta_l = \sin\alpha_l(0)$, 可得

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_Z^{R_0} 2\pi S(\omega) \frac{e^{-2\alpha_0' R}}{R^3} Z^2 J_0(kb \sin\theta \cos\gamma) e^{ikb\sin\gamma\cos\theta} \\ &\times e^{i\omega\tau} dR d\omega + 8\pi^2 \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \sum_l \sin^2\alpha_l(0) G(z_0, z_1, \nu_l) \\ &\times G^*(z_0, z_2, \nu_l^*) J_0(\mu_l L) \mu_l \frac{e^{-2(\beta_l + \alpha_0') \hat{r}_1}}{\beta_l + \alpha_0'} e^{i\omega\tau} d\omega \end{aligned} \quad (10'')$$

由(10'')式可求出非均匀浅海中噪声场的空间互功率谱 $W_{x_1 x_2}(\omega)$ 的一般表达式

$$\begin{aligned} W_{x_1 x_2}(\omega) = & 2\pi \int_Z^{R_0} S(\omega) \frac{e^{-2\alpha'_0 R}}{R^3} Z^2 J_0(kb \sin \theta \cos \gamma) e^{ikb \sin \gamma \cos \theta} dR \\ & + 8\pi^2 \sum_l S(\omega) \sin^2 \alpha_l(0) G(z_0, z_1, v_l) G^*(z_0, z_2, v_l^*) \mu_l J_0(\mu_l L) \\ & \times \frac{\exp[-2(\beta_l + \alpha'_0) \beta_1]}{\beta_l + \alpha'_0}. \end{aligned} \quad (14)$$

从(14)式中令 $b = L = 0$ 和 $z_1 = z_2 = Z$, 就得出浅海中噪声场的功率谱 $W(\omega)$ 的一般表达式

$$\begin{aligned} W(\omega) = & \pi S(\omega) \left\{ (1 - 2\alpha'_0 Z) e^{-2\alpha'_0 Z} - \left(\frac{Z^2}{R_0^2} - \frac{2\alpha'_0 Z^2}{R_0} \right) e^{-2\alpha'_0 R_0} \right. \\ & \left. + (2\alpha'_0 Z)^2 [E_i(-2\alpha'_0 Z) - E_i(-2\alpha'_0 R_0)] \right\} \\ & + 8\pi^2 S(\omega) \sum_l \mu_l \sin^2 \alpha_l(0) |G(z_0, z_1, \mu_l)|^2 \frac{e^{-2(\beta_l + \alpha'_0) \beta_1}}{\beta_l + \alpha'_0}. \end{aligned} \quad (15)$$

式中 $E_i(x)$ 为积分指数函数。

(15)式表明, 计算海水中噪声场的功率谱最后归结去计算 μ_l , β_l 和 $|G(z_0, z_1, \mu_l)|^2$, 这正是声传播理论里所研究的内容。

四、正声速梯度浅海中噪声场的时空相关函数

假设正声速梯度浅海中的声速分布为函数 $C(z) = C_0/\sqrt{1-2az}$ 所描写 (这里 a 为相对声速梯度, C_0 为海水表面处的声速), 取

$$\begin{aligned} V_s &= -\exp(-2h_s^2 k_0^2 \sin^2 \alpha(0))^{[9]}, \\ V_b &= \exp(-2Pa(H) + i\phi)^{[7]}, \end{aligned} \quad (16)$$

式中 h_s 为海面的均方根粗糙度, $\alpha(0)$ 和 $\alpha(H)$ 各为平面波在海面与海底处的掠射角, $\phi = \arg V$ 。在这种情况下, 方程(4)的一组线性独立解为

$$F_1(z, v) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{q(z, v)}} e^{iu} - i e^{-iu} & (0 < z < \zeta) \\ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left| \frac{2}{3B} \right|^{1/6} e^{i\frac{\pi}{4}} u^{1/3} H_{1/3}^{(1)}(u) & (z \approx \zeta) \\ \frac{1}{\sqrt{q(z, v)}} e^{iu} & (\zeta < z \leq H) \end{cases} \quad (17)$$

$$F_2(z, v) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{q(z, v)}} e^{-iu} & (0 < z < \zeta) \\ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left| \frac{2}{3B} \right|^{1/6} e^{-i\frac{7\pi}{12}} u^{1/3} H_{1/3}^{(2)}(u) & (z \approx \zeta) \\ \frac{1}{\sqrt{q(z, v)}} e^{-iu} & (\zeta < z \leq H) \end{cases} \quad (18)$$

以上

$$u = \int_{\zeta}^z q(z, \nu) dz,$$

$$B = \left| \frac{dk^2(z)}{dz} \right|_{\zeta},$$

ζ 由关系式

$$k(\zeta) = \nu$$

来确定。

把(17)式和(18)式代入(11)和(12)两式中,就可算得^[4]

$$\mu_l = k \cos \alpha_l(0),$$

$$\alpha_l(0) = \left[\frac{3a}{k} \left(l - \frac{1}{4} \right) \pi \right]^{\frac{1}{3}},$$

$$\beta_l = \frac{2h^2 k_0^2 \sin^2 \alpha_l(0) + \operatorname{Im}[V_b] \exp \left[-2 \int_{\zeta}^H \sqrt{\nu_l^2 - k^2(z)} dz \right]}{S_l}$$

$$G(z', z_l, \nu_l) = 2 \frac{\sin \left[\int_0^{z_0} q(z, \mu_l) dz \right] \sin \left[\int_0^{z_1} q(z, \mu_l) dz \right]}{S_l [q(z', \mu_l) q(z, \mu_l)]^{1/2}},$$

$$S_l = 2 \int_0^{\zeta_l} \frac{\mu_l}{\sqrt{k^2(z) - \mu_l^2}} dz,$$

$\operatorname{Im}[V_b]$ 为 V_b 的虚部, ζ_l 由关系式 $k(\zeta_l) = \mu_l$ 来确定。

把上面求得的这些量代入(14)式中,当 $r = 0$ 时,得到

$$W_{x_1 x_2}(\omega) = 2\pi S(\omega) \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(K!)^2} \left(\frac{kb}{2} \right)^{2K} a_K + 16\pi \sum_{l=l_0}^{l_1} \mu_l \right.$$

$$\times \frac{\sin^2 \left[\int_0^{z_0'} q(z, \mu_l) dz \right] \sin^2 \left[\int_0^Z q(z, \mu_l) dz \right]}{S_l q(z', \mu_l) q(Z, \mu_l)} J_0(\mu_l L) \sin^2 \alpha_l(0)$$

$$\left. \times \frac{\exp[-2(\beta_l + \alpha_0') \hat{r}_1]}{\beta_l + \alpha_0'} \right\}, \quad (19)$$

这里

$$a_K = \sum_{v=0}^K (-1)^v c_K^v b_v, \quad c_K^v = K! / [v!(K-v)!],$$

$$b_v = \sum_{\lambda=1}^{2v+2} \frac{(-2\alpha_0')^{\lambda-1}}{(2v+2)(2v+1)\cdots(2v+3-\lambda)} \left(Z^{\lambda-1} e^{-2\alpha_0' Z} - \frac{Z^{2(v+1)}}{R_0^{2v+3-\lambda}} e^{-2\alpha_0' R_0} \right),$$

$$+ \frac{(-2\alpha_0' Z)^{2(v+1)}}{(2v+2)!} [E_i(-2\alpha_0' R_0) - E_i(-2\alpha_0' Z)],$$

$$l_0 = 1 + \left[\frac{2k_0}{3\pi} \sqrt{2aZ^3} - \frac{1}{4} \right]_{\text{整数部分}},$$

当 $r = \pi/2$ 时,得

$$W_{x_1 x_2}(\omega) = 2\pi S(\omega) \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(kbZ)}{(2K)!} B_K + i \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(kbZ)^{2K+1}}{(2K+1)!} Q_K \right.$$

$$\begin{aligned}
& + 16 \pi \sum_{l=l_0}^{l_1} \mu_l \frac{\sin^2 \left[\int_0^{z'} q(z, \mu_l) dz \right] \sin \left[\int_0^{z_1} q(z, \mu_l) dz \right]}{S_l^2 q(z', \mu_l) [q(z, \mu_l) q(z_2, \mu_l)]^{1/2}} \sin^2 \alpha_l(0) \\
& \times \sin \left[\int_0^{z_2} q(z, \mu_l) dz \right] \frac{e^{-2(\beta_l + \alpha'_0)z_1}}{\beta_l + \alpha'_0} \Big\}_0
\end{aligned} \quad (20)$$

这里

$$\begin{aligned}
B_K &= \sum_{\nu=1}^{2(K+1)} \frac{(-2\alpha'_0)^{\nu-1} Z^2}{(2K+2)(2K+1)\cdots(2K+3-\nu)} \left(\frac{e^{-2\alpha'_0 R_0}}{R_0^{2K+3-\nu}} + \frac{e^{-2\alpha'_0 Z}}{Z^{2K+3-\nu}} \right) + \\
& + \frac{(-2\alpha'_0)^{2K+2}}{(2K+2)!} Z^2 [E_i(-2\alpha'_0 R_0) - E_i(-2\alpha'_0 Z)]; \\
Q_K &= \sum_{\nu=1}^{2K+3} \frac{(-2\alpha'_0)^{\nu-1} Z^2}{(2K+3)(2K+2)\cdots(2K+4-\nu)} \left(\frac{e^{-2\alpha'_0 R_0}}{R_0^{2K+4-\nu}} + \frac{e^{-2\alpha'_0 Z}}{Z^{2K+4-\nu}} \right) \\
& + \frac{(-2\alpha'_0)^{2K+3}}{(2K+3)!} Z^2 [E_i(-2\alpha'_0 R_0) - E_i(-2\alpha'_0 Z)].
\end{aligned}$$

由(15)式可求出正声速梯度浅海中噪声场的功率谱为

$$\begin{aligned}
W(\omega) &= \pi S(\omega) \left\{ (1 - 2\alpha'_0 Z) e^{-2\alpha'_0 Z} - \left(\frac{Z^2}{R_0^2} - \frac{2\alpha'_0 Z^2}{R_0} \right) e^{-2\alpha'_0 R_0} \right. \\
& + (2\alpha'_0 Z)^2 [E_i(-2\alpha'_0 R_0) - E_i(-2\alpha'_0 Z)] + 32 \pi \sum_{l=l_0}^{l_1} \mu_l \sin^2 \alpha_l(0) \\
& \times \frac{\sin^2 \left[\int_0^{z'} q(z, \mu_l) dz \right] \sin^2 \left[\int_0^z q(z, \mu_l) dz \right]}{S_l^2 q(z', \mu_l) q(Z, \mu_l)} \\
& \times \frac{e^{-2(\beta_l + \alpha'_0)z_0}}{\beta_l + \alpha'_0} \Big\}_0
\end{aligned} \quad (21)$$

五、负声速梯度浅海噪声场的时空相关函数

假设负声速梯度浅海中的声速分布为函数 $C(z) = C_0/\sqrt{1-2az}$ 所描述, 而取

$$V_s = -1,$$

$$V_b = \exp(-2P\alpha(H) + i\phi).$$

在负声速梯度浅海中, 所要求的一维波动方程的一组近似的线性独立解为

$$\begin{aligned}
F_1(z, \nu) &= \frac{1}{\sqrt{q(z, \nu)}} \exp \left[i \int_0^z q(z, \nu) dz \right] \\
F_2(z, \nu) &= \frac{1}{\sqrt{q(z, \nu)}} \exp \left[-i \int_0^z q(z, \nu) dz \right]
\end{aligned} \quad (22)$$

代入表式(11)和(12)中就可算得

$$\mu_l = k(H) \cos \alpha_l(H), \quad l > l_1;$$

$$\alpha_l(H) = \left[\frac{3a}{2k_0} (2l\pi - \pi + \phi) + \alpha_l^2(0) \right]^{\frac{1}{2}};$$

$$\alpha_l(0) = \begin{cases} [4\pi(l-l_1)/k_0\sqrt{8H/a}]^{\frac{1}{2}} & l_1 < l < 2l_1 \\ l\pi/k_0H & l > 2l_1; \end{cases}$$

$$\beta_l = \begin{cases} aP\{[1 + \varepsilon(l - l_1)]^2 + [1 + \varepsilon(l - l_1)]\sqrt{2\varepsilon(l - l_1)}\}, \\ l_1 < l < 2l_1, \\ \frac{3}{2}aP + \frac{P}{H}\left(\frac{l\pi}{R_0H}\right)^2 + \frac{a^2P}{2}H\left(\frac{R_0H}{l\pi}\right), l > 2l_1; \end{cases}$$

$$G(z_0, z, \nu) = 2 \frac{\sin \left[\int_0^{z_0} q(z, \nu_l) dz \right] \sin \left[\int_0^z q(z, \nu_l) dz \right]}{S_l \sqrt{q(z_0, \mu_l) q(z, \mu_l)}};$$

$$S_l = \frac{2}{a} [\alpha_l(H) - \alpha_l(0)]_0.$$

把上面这些量代入(14)式中,并注意到 $\exp[-2(\beta_l + \alpha'_0)z_1] \ll 1$,就可得出噪声场的空间互功率谱:

当 $r = 0$ 时,有

$$W_{x_1 x_2}(\omega) = 2\pi S(\omega) \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(K!)^2} \left(\frac{kb}{2}\right)^{2K} a_K \quad (23)$$

当 $r = \pi/2$ 时,有

$$W_{x_1 x_2}(\omega) = 2\pi S(\omega) \left[\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(kbZ)^{2K}}{(2K)!} B_K + i \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(kbZ)^{2K+1}}{(2K+1)!} Q_K \right] \quad (24)$$

而相应噪声场的功率谱为

$$W(\omega) = \pi S(\omega) \left\{ (1 - 2\alpha_0 Z) e^{-2\alpha_0 Z} - \left(\frac{Z^2}{R_0^2} - \frac{2\alpha_0 Z^2}{R_0} \right) e^{-2\alpha_0 R_0} + (2\alpha_0 Z)^2 [E_i(-2\alpha_0 R_0) - E_i(-2\alpha_0 Z)] \right\}. \quad (25)$$

这些结果表明:当仅有表面噪声源时,在负声速梯度浅海中只有来自水听器“上面”的噪声(即 Q_1 内的噪声),而无远处的噪声。这就暗示着,可用一个能避开表面噪声干扰的指向性水听器阵来工作,这就实现了所谓低噪声传输信道。

参 考 文 献

- [1] 许祯镛, 1966. 噪声场的时空相关函数. 声学学报 3(1): 34—41.
- [2] 唐应吾, 1980. 表面噪声源的噪声场时空相关函数. 海洋科学 4: 4—7.
- [3] 唐应吾, 1977. 负声速梯度浅海中的平均声强. 物理学报 26(3): 225.
- [4] 唐应吾, 1976. 具有随机起伏表面的正声速梯度浅海中的简正波声场. 物理学报 25(6): 481—486.
- [5] 唐应吾, 1981. 具有随机起伏表面的正声速梯度浅海中的平均声强. 海洋学报 3(1): 70—78.
- [6] 许祯镛, 1979. 海洋噪声随机场时空局部谱的展开. 中国科学 1: 33—44.
- [7] 布列霍夫斯基赫, Л. М., 1960. 分层介质中的波, 科学出版社, 276 页.
- [8] Cron, B. F., C. H. Sherman, 1962. Spatial-correlation functions for various noise models. J. Acoust. Soc. Am. 34(10): 1732—1736.
- [9] Eckart, C., 1953. The theory of noise in the continuous media. J. Acoust. Soc. Am. 25(1): 195—202.

SPACE-TIME CORRELATION FUNCTIONS OF NOISE FIELD IN INHOMOGENOUS SHALLOW WATER

Tang Yingwu

(Institute of Acoustics, Academia Sinica)

Abstract

In this paper, using the normal-mode method and based on the integral expression of space-time correlation function of noise field, we calculated the spatial cross-power spectrums and power spectrums of noise field of surface origin in shallow water with positive and negative sound velocity gradients. It is proved that the "low noise channel" exists in shallow water with negative sound velocity gradient.