

非线性随机表面 Kirchhoff 散射模式*

何宜军

(中国科学院海洋研究所)

自从 Longuet-Higgins(1963)根据非线性作用导出较正态分布为准确的波面高度分布以来,高阶矩在军事、高科技等很多方面得到了应用。Huang 等(1980)曾检验了高阶非线性分布,他们发现当波高概率分布中包含直至四阶项时与观测结果相符,但如果考虑更高阶不但效果不好,反而更差。尽管非线性随机过程在海浪理论中获得了广泛的应用,但对海面雷达散射研究仅讨论到三阶矩的影响(Fung *et al.*, 1991; Chen *et al.*, 1992)。电磁随机表面散射理论有适应大尺度随机起伏的粗糙面的 Kirchhoff 散射模式、轻度粗糙表面的微扰散射模式、大小尺度独立叠加的双尺度散射模式、全波散射模式(Bahar, 1987)和积分方程散射模式(Chen *et al.*, 1992)等。对随机粗糙 Kirchhoff 表面电磁波散射问题,尽管几十年来许多科学家已经进行了大量研究(Fung *et al.*, 1991; Ulaby *et al.*, 1982; Wu *et al.*, 1988), Eom 等(1983)曾对 Gaussian 面和非 Gaussian 面的散射特性进行了比较研究, Fung 等(1991)将 Kirchhoff 散射模式推广应用到三阶粗糙随机表面,然而更高阶矩对散射截面的影响还未见报道。本文在 Fung 等(1991)的基础上将 Kirchhoff 散射模式推广应用到四阶项,并对模式的应用进行了分析和讨论。

一、非线性随机表面 Kirchhoff 表面散射模式

1. Kirchhoff 表面散射模式

在驻留相位近似下, Kirchhoff 表面散射模式表示为(Fung *et al.*, 1991)

$$\sigma_{pq}^0 = \frac{\langle k | U_{pq} | \rangle^2}{4\pi A_0} \langle |I|^2 \rangle \quad (1)$$

式中, k 为入射雷达波数, A_0 为雷达照射面积, σ_{pq}^0 为 Kirchhoff 表面后向散射截面, 下标 p 为入射波极化, q 为散射波极化。 U_{pq} , $\langle |I|^2 \rangle$ 分别由(3)式和(2)式表示

$$\begin{aligned} \langle |I|^2 \rangle = & \frac{q_z^2}{q_z^2} \iint \iint \exp[iq_x(x' - x'') + iq_y(y' - y'')] \\ & \times \exp[iq_z(z(x', y') - z(x'', y''))] dx' dx'' dy' dy'' \end{aligned} \quad (2)$$

式中, z 为表面高度, q_x, q_y, q_z 为相位因子, 由(6)式表示, $i = \sqrt{-1}$

* 中国科学院海洋研究所调查研究报告第 3485 号。

收稿日期: 1998 年 6 月 8 日。

$$\begin{aligned}
U_{hh} &= F(R_v AB + R_h CD) \\
U_{vv} &= F(R_v CD + R_h AB) \\
U_{hv} &= F(R_v AD - R_h CB) \\
U_{vh} &= F(R_v CB - R_h AD)
\end{aligned} \quad (3)$$

下标 h, v 分别表示水平极化和垂直极化, R_h, R_v 分别表示水平极化和垂直极化散射系数。

$$F = q |q| / [kq(A^2 + C^2)] \quad (4)$$

$$A = -\sin\theta_s \sin(\Phi_s - \Phi) \quad (5)$$

$$B = \sin\theta_s \sin(\Phi_s - \Phi)$$

$$C = \sin\theta \cos\theta_s \cos(\Phi_s - \Phi) + \cos\theta \sin\theta_s$$

$$D = -[\cos\theta \sin\theta_s \cos(\Phi_s - \Phi) + \sin\theta \cos\theta_s]$$

$$q_x = k(\sin\theta_s \cos\Phi_s - \sin\theta \cos\Phi)$$

$$q_y = k(\sin\theta_s \sin\Phi_s - \sin\theta \sin\Phi) \quad (6)$$

$$q_z = k(\cos\theta_s + \cos\theta)$$

$$q^2 = q_x^2 + q_y^2 + q_z^2$$

下标 s 者表示散射方向角, 无下标的表示入射方向角。

2. 非线性随机表面散射模式

根据文献(Longuet-Higgins, 1963), 二维非线性随机表面高度 ξ, η 的特征函数为

$$\begin{aligned}
\Phi(it, is) &= \langle \exp(it\xi + is\eta) \rangle = \sum_{l,m} \frac{\mu_l m}{l! m!} (it)^l (is)^m \\
&= \exp\left(\sum_{(l,m) \neq (0,0)} \frac{k_{lm}}{l! m!} (it)^l (is)^m\right)
\end{aligned} \quad (7)$$

对于均值为零的随机表面, 精确到四阶的特征函数为

$$\begin{aligned}
\langle \exp(iq_z(z' - z'')) \rangle &= \exp\left\{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}[(1-\rho)\sigma^2 q_z^2 + 1]^2 + \frac{i}{2}(\mu_{12} - \mu_{21})q_z^3 + \frac{1}{12}(\mu_4 - 2(\mu_{31} \right. \\
&\quad \left. + \mu_{13})3\mu_{22})q_z^4\right\}
\end{aligned} \quad (8)$$

式中, ρ 为表面相关函数, σ 为高度起伏方差, μ_{lm} 是 ξ, η 联合多阶矩, 即

$$\mu_{lm} = \langle \xi^l \eta^m \rangle \quad (9)$$

假设

$$\sigma^3 s = \langle z' z''^2 \rangle - \langle z'^2 z'' \rangle = \mu_{12} - \mu_{21} \quad (10)$$

$$\sigma^4 \mu = \mu_4 - 2(\mu_{31} + \mu_{13}) + 3\mu_{22} \quad (11)$$

s, μ 分别表示随机粗糙面倾斜特征的倾斜函数和尖度特征的尖度函数。假设 ξ, η 为平稳随机过程, 则(2)变成

$$\begin{aligned}
\langle |I|^2 \rangle &= A \frac{q^2}{q_z^2} \iint \exp[iq_x \zeta + iq_y \tau] \times \exp\left\{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}[(1-\rho)\sigma^2 q_z^2 + 1]^2 + \frac{i}{2}s(q_z \sigma)^3 \right. \\
&\quad \left. + \frac{\mu}{12}(q_z \sigma)^4\right\} d\zeta d\tau
\end{aligned} \quad (12)$$

于是雷达散射截面(1)式变为

$$\begin{aligned}
\sigma_{pq} &= \frac{(k|U_{pq}|q)^2}{4\pi q_z^2} \iint \exp[iq_x \zeta + iq_y \tau] \times \exp\left\{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}[(1-\rho)\sigma^2 q_z^2 + 1]^2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{i}{2}s(q_z \sigma)^3 + \frac{\mu}{12}(q_z \sigma)^4\right\} d\zeta d\tau
\end{aligned} \quad (13)$$

二、模式应用

式(13)中,空间坐标是局部坐标。对于有方向性的粗糙面,就必须考虑方向的变化。对于海面来说,其相关函数表示成粗糙面局部坐标系 (ζ', τ') 的函数,即 $\rho = \rho(\zeta' / du, \tau' / dc)$ 。

du, dc 分别为沿风向和垂直风向的相关距离。若风向与入射平面的夹角为 Φ ,那么,表面坐标系与计算雷达散射截面的局部坐标系有如下关系

$$\begin{cases} \zeta' = \zeta \cos \Phi + \tau \sin \Phi \\ \tau' = \tau \cos \Phi - \zeta \sin \Phi \end{cases} \quad (14)$$

在去掉相干散射分量之后,返回散射截面可表示为

$$\sigma_{pp}^0 = \frac{(k |R(0)|)^2}{\pi \cos^2 \theta} \iint [\exp((\rho - 1)(2k\sigma \cos \theta)^2) - \exp(-(2k\sigma \cos \theta)^2)] \times \exp\left[\left(\frac{\mu}{12} - \frac{(1 - \rho)^2}{2}\right)(2k\sigma \cos \theta)^4\right] \cos(2k\zeta' \sin \theta + \frac{(2k\sigma \cos \theta)^3}{2}s) d\zeta d\tau \quad (15)$$

三、数值模拟和结果讨论

为了测试偏度和尖度对雷达后向散射截面的影响,仅考虑如下特殊情况。

假定海浪的偏度和尖度都非常小,使得如下两式近似成立

$$\cos(2k\zeta' \sin \theta + \frac{(2k\sigma \cos \theta)^3}{2}s) \approx \cos(2k\zeta \sin \theta) - [\frac{(2k\sigma \cos \theta)^3}{2}s] \sin(2k\zeta \sin \theta) \quad (16)$$

$$\exp\left[\left(\frac{\mu}{12} - \frac{(1 - \rho)^2}{2}\right)(2k\sigma \cos \theta)^4\right] \approx 1 + \left(\frac{\mu}{12} - \frac{(1 - \rho)^2}{2}\right)(2k\sigma \cos \theta)^4 \quad (17)$$

于是(15)可近似表示为

$$\sigma_{pp}^0 \approx \frac{(k |R(0)|)^2}{\pi \cos^2 \theta} \iint [\exp((\rho - 1)(2k\sigma \cos \theta)^2) - \exp(-(2k\sigma \cos \theta)^2)] \times \left[1 + \left(\frac{\mu}{12} - \frac{(1 - \rho)^2}{2}\right)(2k\sigma \cos \theta)^4\right] \times [\cos(2k\zeta \sin \theta) - \frac{(2k\sigma \cos \theta)^3}{2}s \sin(2k\zeta \sin \theta)] d\zeta d\tau \quad (18)$$

在数值计算中,假定

$$\rho(\zeta', \tau') = \exp[-(\zeta' / du)^2 - (\tau' / dc)^2] \quad (19)$$

$$s(\zeta', \tau') = (\zeta' / \sigma)^3 \exp[-(\zeta'^2 + \tau'^2)^{1/2} / s_0] \quad (20)$$

$$P(\zeta', \tau') = \frac{\mu}{12} - \frac{(1 - \rho)^2}{2} = (\zeta' / \sigma)^4 \exp[-(\zeta'^2 + \tau'^2)^2 / \mu_0] \quad (21)$$

s_0, μ_0 分别表示为倾斜参数和尖度参数。将(18)式分成三项,即无偏度和尖度项 $(\sigma_{pp}^0)^n$ 、偏度项 $(\sigma_{pp}^0)^s$ 和尖度项 $(\sigma_{pp}^0)^p$ 。

图1为在上述假设条件下无偏度和尖度项 $(\sigma_{pp}^0)^n$ 在不同的人射角下随风向的变化曲线。其结果与 Fung 等(1991)一致。图2为入射角是 30° 时三种情况的比较。从图2中可看出,在逆风情况下,每增加一项, σ_{pp}^0 也增加;在顺风方向上由于受海浪倾斜的影响,雷达散射截面比逆风的小,且最小值向顺风方向偏移;尖度在侧风方向对雷达散射截面影响最大。

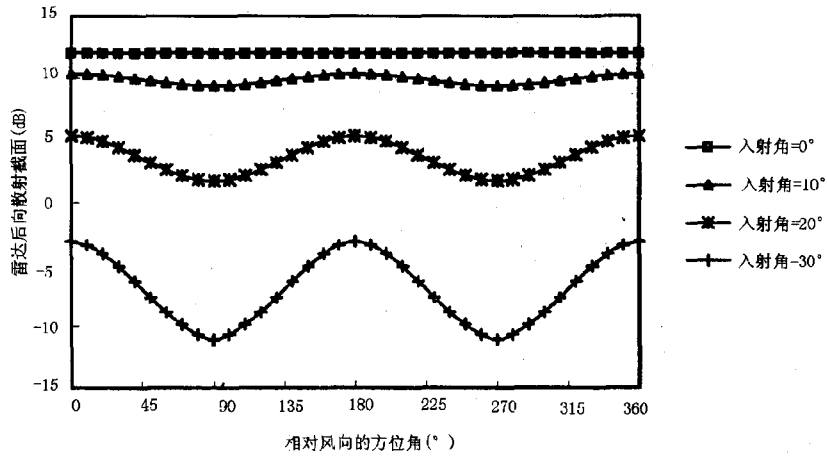


图1 比较不同入射角下无偏无尖雷达后向散射截面 $(\sigma_{pp}^0)^n$ 随方位角的变化图
($kd_u=13, kd_c=16, k\sigma=1.85, ks_0=0.27, k\mu_0=0.01$)

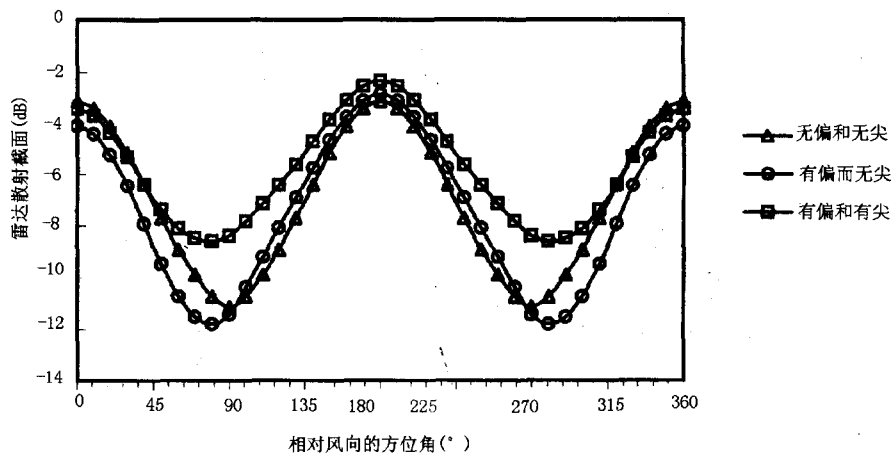


图2 比较不同高阶项下雷达后向散射截面 σ_{pp}^0 随方位角的变化图
(入射角为 $30^\circ, kd_u=13, kd_c=16, k\sigma=1.85, ks_0=0.27, k\mu_0=0.01$)

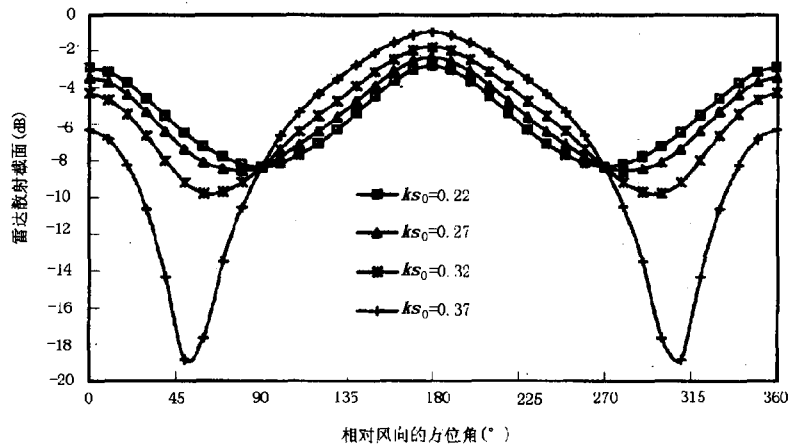


图3 Kirchhoff 模式雷达散射截面 σ_{pp}^0 随偏度的变化关系
(入射角为 $30^\circ, kd_u=13, kd_c=16, k\sigma=1.85, k\mu_0=0.01$) ks_0 为偏度参数

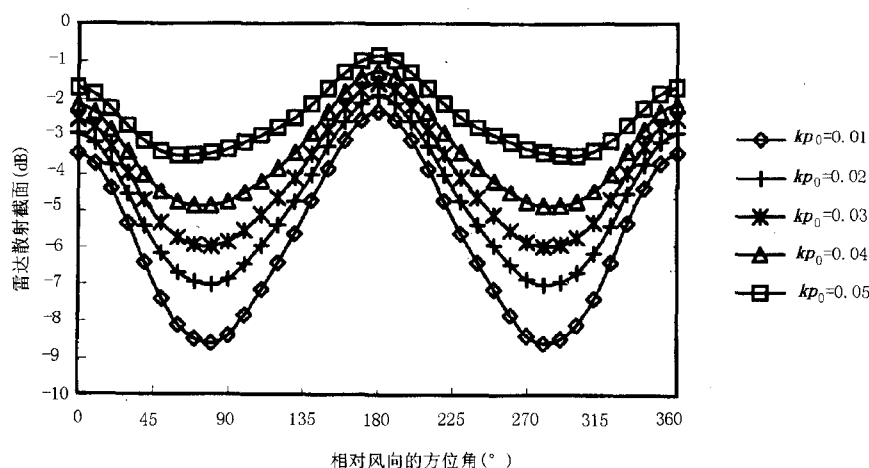


图 4 Kirchhoff 模式雷达散射截面 σ_{pp}^0 随尖度的变化关系

(入射角为 30° , $kd_u=13$, $kd_v=16$, $k\sigma=1.85$, $ks_0=0.27$)

kp_0 为尖度参数

图 3 和图 4 分别表示雷达散射截面 σ_{pp}^0 与偏度和尖度的关系,从图中可看出,逆风和顺风 σ_{pp}^0 之差随偏度增加而增加, σ_{pp}^0 随尖度增加而增加。在垂直入射时,偏度项消失,但尖度项仍然存在,因此在雷达高度计测量风速时不能仅考虑高斯项,还必须考虑由于海浪上下不对称性的影响。

参 考 文 献

- Bahar, E., 1987, Review of the full wave solution for rough surface scattering and depolarization, *J. Geophys. Res.*, **92** (C5): 5209—5224.
- Chen, K. S. and A. K. Fung, 1992, A backscattering Model for Ocean surface, *IEEE Trans. On Geosci. And Remote Sensing*, **30**(4): 811—817.
- Eom, H. J. and A. K. Fung, 1983, A comparison between backscattering coefficients using Gaussian and Non-Gaussian Surface Statistics, *IEEE Trans. On Antennas And Propagation*, **AP-31**(4): 635—638.
- Fung, A. K. and K. S. Chen, 1991, Kirchhoff Model for a Skewed Random Surface, *Journal of Electromagnetic Waves and Application*, **5**(2): 205—216.
- Huang, N. E. and S. R. Long, 1980, An experimental study of the surface elevation probability distribution and statistics of wind-generated waves, *J. Fluid Mech.*, **101**(1): 179—200.
- Longuet-Higgins, M. S., 1963, The effect of non-linearities on statistical distributions in the theory of sea waves, *J. Fluid Mech.*, **13**(3): 459—480.
- Ulaby, F. T., R. K. Moore, and A. K. Fung, 1982, Microwave Remote sensing-Radar Remote Sensing and Surface Scattering and Emission Theory, Addison-Wesley Publishing Company, **2**: 934—1064.
- Wu, S. C., M. F. Chen, and A. K. Fung, 1988, Scattering from Non-Gaussian Randomly Rough Surfaces-Cylindrical Case, *IEEE Trans. On Geosci. And Remote Sensing*, **26**(6): 790—798.

A KIRCHHOFF SCATTERING MODEL FOR NONLINEAR RANDOM SURFACES*

He Yijun

(Institute Of Oceanology, Chinese Academy of Sciences)

ABSTRACT

According to two-dimensional nonlinear ocean wave model, the standard Kirchhoff surface scattering model is extended to include the forth order surface statistics. The bistatic radar scattering coefficient, which includes the surface correlation function, the surface skewness function and the surface kurtosis function, is derived. The radar backscattering cross section is calculated and the effects of the surface skewness function and the surface kurtosis function are also discussed. Conclusions can be drawn as follows: (1) the effect of the surface correlation function is dominant for the radar backscattering cross section, (2) the effect of the surface skewness function is the largest at the direction of surface tilt, (3) the larger the incidence angle is, the larger the effect of the surface kurtosis function on the radar backscattering cross section.

* Contribution No. 3485 from the Institute of Oceanology, Chinese Academy of Sciences.