## 河口往复流中潮流不对称与推移质输沙的关系

李谊纯, 董德信, 陈 波

(广西科学院 广西北部湾海洋研究中心, 广西 南宁 530007)

摘要: 潮流不对称现象是近岸潮波运动的基本特征之一,为了研究潮流不对称对推移质泥沙长期净输运的 作用机制,首先在往复流情况下对 Bagnold 推移质输沙率公式(1966)由于不包含起动流速所可能导致的误 差进行理论分析,进而由统计学中的"偏度"的概念出发,推导了河口潮流不对称与推移质输沙之间的定 量关系。研究认为,虽然 Bagnold 推移质输沙率公式不包含泥沙起动流速,但是只要泥沙起动流速和最大流 速的比值在一定范围内,则在理论上公式的计算误差是可以接受的。由偏度结合 Bagnold 公式导出了潮流 不对称与推移质输沙之间的关系,表明推移质泥沙的长期净输运不仅与余流有关,而且与不同分潮组合之 间、余流与分潮之间的相互作用紧密相关。该关系还给出了一个由潮流调和常数估算河口推移质输沙的简 便方法。经对比,从潮流不对称出发估算推移质输沙与直接采用推移质输沙率公式结果一致。

关键词: 湖流不对称; 推移质输沙; 偏度; 分潮 中图分类号: P736 文献标识码: A 文章 doi: 10.11759/hykx20130410007

潮流不对称现象是潮波运动的基本特征之一, 早期的研究多集中于半日潮海区,利用 M<sub>2</sub>分潮及其 倍潮波 M<sub>4</sub>、M<sub>6</sub>分潮之间振幅与相位的相对关系研究 潮波在近岸变形的程度与方向<sup>[1-2]</sup>。而在全日潮海区、 潮汐运动中起主要作用的主要是 K<sub>1</sub>、O<sub>1</sub> 等分潮, M<sub>2</sub>、 M<sub>4</sub>等分潮的作用则处次要位置,所以在半日潮海区 的研究方法不能应用于全日潮海区。Nidzieko<sup>[3]</sup>利用 偏度对潮汐不对称进行了研究, Song<sup>[4]</sup>在此基础上进 行了拓展。事实上、关于潮汐不对称与潮流不对称之 间的关系尚无明确的研究定论。关于潮流不对称及 其与泥沙输运之间的关系,不少学者进行了有益的 探讨, 如 van De Kreeke<sup>[5]</sup>等利用潮流不对称进行了 推移质输沙的研究; Sivakholundu<sup>[6]</sup>等基于潮汐不对 称进行了河道稳定性方面应用; Ranasinghe<sup>[7]</sup>等研究 了全日潮的海域的潮流不对称现象、并计算了推移 质输沙量,进而对比研究了二者的相关性;Allen<sup>[8]</sup>研 究了沙波的产生及结构与潮流不对称的关系:本研 究从偏度出发、导出包括余流及其它不同分潮组合 对潮流不对称及推移质输运的影响、将潮流不对称 与泥沙输运的计算联系起来、为研究推移质泥沙的 输运机制及长期输运研究提供便利。

- 1 推移质输沙率与潮流不对称
- **1.1 Bagnold 推移质输沙率公式误差分析** 推移质输沙率 q<sub>s</sub>的计算公式很多, 据统计不下

文章编号: 1000-3096(2015)06-0099-05

50 个,虽然各公式推导的出发点不同,但基本上可 以写成一种统一形式<sup>[9]</sup>。其中,Bagnold 公式是基于 水流功率理论导出的一个著名公式,钱宁系统分析 比较后认为:"拜格诺公式虽然总的来说所给出的输 沙率偏大一些,但从理论上考虑,可能是较好的一 个推移质公式"<sup>[10]</sup>。经典的 Bagnold 推移质输沙率 公式可写为<sup>[5]</sup>:

$$q_{\rm s} = f \frac{\rho_{\rm s}}{g(\rho_{\rm s} - \rho)} \frac{e_{\rm b}}{\tan \varphi - \tan \theta} u^3 \tag{1}$$

其中,  $f = \rho / C_0^2$ ,  $C_0$ 为谢才系数,  $\rho$ 、  $\rho_s$ 分别为水 和泥沙的密度, g为重力加速度,  $e_b$ 为水流推移泥 沙 的 效 率 系 数 ( $e_b = 0.11 \sim 0.15$ ), φ 为 摩 擦 角 (tan φ ≈ 0.63), θ为底床坡度, u为流速。

显然, Bagnold 公式存在着当流速小于起动流速 时也能计算出推移质输沙率的缺陷。这对长时间的 连续积分可能导致一定的误差。为建立推移质输沙 率与潮流不对称二者之间的联系, 有必要先对 Bagnold 公式时间积分计算导致的误差进行分析。引 入相对推移质输沙率 *q*<sub>s</sub>将式(1)改写为:

收稿日期: 2013-04-10; 修回日期: 2013-07-11

基金项目: 国家自然科学基金(40766001); 广西自然科学基金北部湾重 大专项(2011GXNSFE018002) 作者简介: 李谊纯(1977-), 男,河北乐亭人, 工程师, 博士, 主要从

**事河口动力学研究**, E-mail: ychli@vip.sina.com



$$\tilde{q}_{\rm s} = \frac{q_{\rm s}}{f \frac{\rho_{\rm s}}{g(\rho_{\rm s} - \rho)} \frac{e_{\rm b}}{\tan \varphi - \tan \theta}} = \frac{q_{\rm s}}{K} = u^3 \qquad (2)$$

其中,  $K = f \frac{\rho_s}{g(\rho_s - \rho)} \frac{e_b}{\tan \varphi - \tan \theta}$ 。 令: 泥沙起动流 速为  $u_c$ , 流速  $u = U \sin \phi$ , 其中  $\phi$  为位相。将  $u \downarrow u_c$  及  $\tilde{q}_s$  无量纲化, 则有:  $\tilde{u} = \frac{u}{U}$ ,  $\tilde{u}_c = \frac{u_c}{U}$  及  $\tilde{q}_s^* = \frac{\tilde{q}_s}{U^3}$ 。 图 1 为一个周期内  $\tilde{u}$ ,  $\tilde{u}_c$  和  $\tilde{q}_s^*$ 的关系。



Fig. 1  $\tilde{u}$ ,  $\tilde{u}_c$  and  $\tilde{q}_s^*$  in a cycle

若 $(t_1, t_2)$ 表示在半个潮周期内流速大于泥沙起动流 速的时段,则由式(2),在 $(t_1, t_2)$ 内有:

$$\left\langle \tilde{q}_{\rm s}\left(t_1, t_2\right) \right\rangle = U^3 \int_{t_1}^{t_2} \sin^3 \phi \mathrm{d}t \tag{3}$$

如果  $t_1$ 、 $t_2$ 分别取 0 和  $\pi$ ,则  $K\langle \tilde{q}_s(t_1,t_2) \rangle$ 可代表一个 涨潮(落潮)过程中的推移质输沙量。令:

$$e = 1 - \frac{\langle \tilde{q}_{s}(t_{1}, t_{2}) \rangle}{\langle \tilde{q}_{s}(0, \pi) \rangle}$$

$$\tag{4}$$

则 e 可代表对 Bagnold 公式时间积分时由于公式不含 有起动流速而导致的误差。若令:

$$t_1 = \pi - t_2 = \tilde{u}_c \tag{5}$$

在式(3)中不失一般性可令  $\phi = t$ , 即频率为 1, 则其中的积分项可以改写为:

$$\int_{t_1}^{t_2} \sin^3 \phi dt = \int_{t_1}^{t_2} \sin^3 t dt = \cos t_2 - \cos t_1 - \frac{1}{3} \cos^3 t_2 + \frac{1}{3} \cos^3 t_1$$
(6)

若令 $t_2 = \pi$ ,  $t_1 = 0$ , 则由式(6)可得

$$\left\langle \tilde{q}_{s}\left(0,\pi\right)\right\rangle = U^{3} \int_{0}^{\pi} \sin^{3} \phi dt = -\frac{4}{3} U^{3}$$
<sup>(7)</sup>

同理若令 $t_1 = \pi - t_2 = \arcsin \tilde{u}_c$ ,其中 $t_1$ 为半个潮周期 内流速大于泥沙起动流速的时段的起始时间,则由 式(6)可得:

$$\left\langle \tilde{q}_{s}\left(t_{1},t_{2}\right) \right\rangle = U^{3} \int_{t_{1}}^{t_{2}} \sin^{3} \phi dt =$$

$$U^{3}[\cos(\pi - \arcsin \tilde{u}_{c}) - \cos(\arcsin \tilde{u}_{c}) - \frac{1}{3}\cos^{3}(\pi - \arcsin \tilde{u}_{c}) + \frac{1}{3}\cos^{3}(\arcsin \tilde{u}_{c})] \qquad (8)$$
将式(7)、(8)代入式(4)经推导即可得:

$$e = 1 - \frac{3}{2} \left( 1 - \tilde{u}_{\rm c}^2 \right)^{1/2} + \frac{1}{2} \left( 1 - \tilde{u}_{\rm c}^2 \right)^{3/2} \tag{9}$$

图 2 给出了  $e \sim \tilde{u}_c$  关系。由图 2 可知, 当  $\tilde{u}_c$  小于 0.58, 0.68 和 0.75 时, 对 Bagnold 公式时间积分导致 的误差 e 分别小于 5%, 10%和 15%。所以可以认为, 在潮流速度和泥沙起动流速满足一定条件下, Bagnold 公式在潮流推移质输沙计算中的误差是可以接 受的。对式(2)做时间积分, 则在某时间段内可有:

$$\langle \tilde{q}_{\mathrm{s}} \rangle = \int_0^T \tilde{q}_{\mathrm{s}} \mathrm{d}t = \int_0^T u^3 \mathrm{d}t$$
 (10)





#### 1.2 潮流不对称计算

当分布对称时,所有奇数阶中心矩为零<sup>[11]</sup>。对潮 流流速而言,涨潮流和落潮流的不对称是以零流速 为参照的,所以以潮流的奇数阶原点矩作为潮流不 对称的度量方法。如果流速过程是对称的,那么其奇 数阶原点矩应为零。显见,一阶原点矩仅能得到零频 分量(余流)对潮流不对称的作用,高阶矩则可以得 到多个分潮的组合对潮流不对称的贡献。若令v为潮 流流速,则其三阶原点矩可写为:

$$\gamma = \mathbf{E}\left[v^3\right] \tag{11}$$

由定义可知若 $\gamma > 0$ ,则正向流速过程占主导, 反之若 $\gamma < 0$ ,则负向流速过程占主导,其量值大小 反映了流速不对称的程度。对于河口往复流,流速可 写成:

$$v = \sum_{i=0}^{N} v_i = \sum_{i=0}^{N} \hat{v}_i \cos\left(\omega_i t - \theta_i\right)$$
(12)

其中下标"0"表示余流,  $\hat{v}_i \propto \omega_i \, n \, \theta_i \, \beta$ 别为分潮流速的振幅、频率和位相,  $t \propto N \, \beta$ 别为时间和分潮数。因为:

$$v^{3} = \left(\sum_{i=0}^{N} v_{i}\right)^{3} = \sum_{i=0}^{N} v_{i}^{3} + 3\sum_{\substack{i,j=0\\i\neq j}}^{N} v_{i}^{2} v_{j} + 6\sum_{\substack{i,j,k=0\\i\neq j\neq k}}^{N} v_{i} v_{j} v_{k} \quad (13)$$

将式(12)代入式(13),对右端各项分别取三阶原点矩 并化简,则有:

$$\mathbf{E}\left[v_{i}^{3}\right] = \begin{cases} 0, & \stackrel{\text{!``}}{=} \omega_{i} \neq 0\\ \hat{v}_{0}^{3} \cos \theta_{0}, & \stackrel{\text{!``}}{=} \omega_{i} = 0 \end{cases}$$
(14)

$$\mathbf{E}\left[v_i^2 v_j\right] = \begin{cases} \frac{1}{4} \hat{v}_i^2 \hat{v}_j \cos(2\theta_i - \theta_j), \ \underline{\exists} \ 2\omega_i - \omega_j = 0\\ \frac{1}{2} \hat{v}_i^2 \hat{v}_0 \cos\theta_0, \quad \underline{\exists} \ \omega_j = 0 \end{cases}$$
(15)

$$\mathbf{E}\left[v_{i}v_{j}v_{k}\right] = \frac{1}{4}\hat{v}_{i}\hat{v}_{j}\hat{v}_{k}\cos(\theta_{i}+\theta_{j}-\theta_{k}),$$

将式(14)~式(16)代入式(11)可得:

$$\gamma_{\nu} = \sum_{\substack{\omega_i + \omega_j = \omega_k \\ i \neq j \neq k}} \frac{3}{2} \hat{v}_i \hat{v}_j \hat{v}_k \cos\left(\theta_i + \theta_j - \theta_k\right) + \sum_{\substack{\omega_i = \omega_j \\ i \neq j}} \frac{3}{4} \hat{v}_i^2 \hat{v}_j \cos\left(2\theta_i - \theta_j\right) + \left(\hat{v}_0^3 + \sum_{i=1}^N \frac{3}{2} \hat{v}_i^2 \hat{v}_0\right) \cos\theta_0 \quad (17)$$

其中, $\gamma_v$ 为用潮流调和常数计算的潮流不对称参数  $\gamma$ ,下标*i*、*j*和*k*分别代表不同频率的分潮。可以 看出,式(17)等号右端第一项为频率满足  $\omega_i + \omega_j = \omega_k$ 的3个分潮的组合对潮流不对称的贡献, 第二项为频率满足 $2\omega_i = \omega_j$ 的2个分潮的组合对潮 流不对称的贡献,第三项表示余流以及余流与分潮

表1 潮流流速所选参数

rab. r ranameters in assembling the velocit	Tab.	1	Parameters	in	assembling	tide	velocity
---	------	---	------------	----	------------	------	----------

相互作用对潮流不对称的贡献。对于仅存在  $2\omega_i = \omega_j$ 的 2 个分潮的组合(如  $M_2$ 和  $M_4$ ),式(17)可简化为:

$$\gamma_{\nu} = \frac{3}{4} \hat{v}_i^2 \hat{v}_j \cos\left(2\theta_i - \theta_j\right) \tag{18}$$

对于仅存在  $\omega_i - \omega_j = \omega_k$  的 3 个分潮的组合(如 K<sub>1</sub>, O<sub>1</sub> 和 M<sub>2</sub>), 式(17)可简化为:

$$\gamma_{\nu} = \frac{3}{2} \hat{v}_i \hat{v}_j \hat{v}_k \cos\left(\theta_i + \theta_j - \theta_k\right)$$
(19)

可以看出,潮流不对称的方向由分潮的相对相位决定,不同分潮对潮流不对称的影响大小由其相对振幅和相对相位共同决定。同样,对于其他分潮组合也有相同的结论。

由式(10)、(11)、(17)可有:

$$\overline{\tilde{q}_{s}} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{0}^{T} u^{3} dt \approx \gamma_{v} = \tilde{q}_{m}$$
(20)

其中 $\tilde{q}_s$ 为长期平均相对推移质输沙率, $\tilde{q}_m$ 为用潮 流调和常数计算的相对推移质输沙率。综合式(17) 和式(20)可以看出,推移质泥沙的长期净输运与潮 流不对称直接相关。式(20)中包含了推移质泥沙不同 的输运机制,分别为3分潮的组合、2分潮的组合、 余流及余流与分潮相互作用对推移质长期输运的 影响。

#### 1.3 潮流不对称与推移质输沙的关系对比

为探讨式(2)和式(20)的差异,分别对其计算了 在不同潮流状况下的结果,所采用的流速包含余流 和 K<sub>1</sub>、O<sub>1</sub>、M<sub>2</sub>、M<sub>4</sub>分潮。流速过程涵盖正规半日潮、 不正规半日潮、不正规全日潮和全日潮,潮流不对称 包括落潮主导型和涨潮主导型,各参数取值见表 1, 共组合成 256 个流速过程。

图 3 给出了式(2)和式(20)计算结果的对比。同时, 图中也包括利用式(2)在 *ũ*<sub>c</sub> 分别取 0.58, 0.68 和 0.75

$\hat{v}$ (m/s)				$\varphi + \varphi - \varphi$ (°)	2g - g (°)	$v_{a}$ (m/s)
$K_1$	O <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	$M_4$	$- \mathcal{S}_{K_1} \mathcal{S}_{O_1} \mathcal{S}_{M_2} \mathcal{S}_{M$	$-\delta_{M_2}$ $\delta_{M_4}$ ( )	v <sub>0</sub> (m/s)
0.05	0.05	1	0.2	30, 150, 210, 330	30, 150, 210, 330	-0.1, 0.1
0.2	0.2	1	0.2			
0.3	0.3	1	0.2			
0.9	0.9	1	0.2			
0.65	0.65	0.5	0.1			
0.95	0.95	0.5	0.1			
0.63	0.63	0.3	0.06			
1.2	1.2	0.3	0.06			

时计算结果与式(20)结果的对比。可以看出,所有点 均集中在直线 *y* = *x* 附近,说明两式的计算结果非常 接近,而且与考虑起动流速时用式(2)的计算结果亦 非常接近。表明从潮流不对称角度计算推移质泥沙 长期净输运是可靠的。

值得指出的是,在式(20)中,时间积分长度取∞, 这在实际应用中是不可能的。由式(17)可以看出 *q*<sub>m</sub> 的计算精度取决于潮流调和常数。文献[8]指出、对 于潮流占优势的往复流海域、其时间尺度应为潮流 (汐)的时间尺度。因此考虑到潮汐的大-小潮变化, 潮流调和分析的潮流时间序列的长度应以不小于 15 d 为宜。而在余流占优势的往复流水域(如靠近潮流 界的河口段), 流速过程还具有明显的季节性变化, 因此调和分析要求潮流时间序列更长或在实际应用 中加以特别处理;同时,式(20)未包含波浪及极端天 气导致的影响、文献[8]亦指出、推移质输沙率 q。取 式(1)中流速 3 次方的形式主要适用于中等强度水流 的情况。此外,由对比研究可知, van De Kreeke 仅探 讨了半日潮海域的几个特定分潮组合导致的潮汐不 对称对推移质输沙的贡献,其分潮的选取包含一定 的人为因素, 而式(20)则给出了包括余流在内的潮 流不对称对推移质输沙贡献的一般形式、不仅可以 应用于半日潮海域、在全日潮海域也同样适用。



Fig. 3 Comparison between  $\tilde{q}_{\rm m}$  and  $\tilde{q}_{\rm s}$ 

#### 2 结语

Bagnold 推移质输沙率公式在潮流流速与推移 质泥沙起动流速满足一定条件的情况下,计算结果 是可以接受的。从偏度出发导出了量化潮流不对称 的方法,在此基础上将其与推移质输沙率计算联系 起来,研究表明推移质泥沙的长期净输运不仅与余 流有关,而且与不同分潮组合之间、余流与分潮之间 的相互作用紧密相关。利用分潮潮流调和常数可相 对简便的计算推移质泥沙的长期输运,对比研究表 明两种方法的计算结果非常接近。此外,值得指出的 是,该方法仅包含了潮流、径流对推移质泥沙输运的 贡献,尚未考虑波浪等其他因素的影响。

#### 参考文献:

- Manoj N T, Unnikrishnan A S, Sundar D. Tidal asymmetry in the Mandovi and Zuari Estuaries, the West Coast of India [J]. Journal of Coastal Research, 2009, 25(6): 1187-1197.
- [2] Blanton J O, Lin G, Elston S A. Tidal current asymmetry in shallow estuaries and tidal creeks [J].Continental Shelf Research, 2002, 22: 1731-1743.
- [3] Nidzieko N J. Tidal asymmetry in estuaries with mixed semidiurnal/diurnal tides [J]. Journal of Geophysical Research, 2010, 115, C08006, doi: 10.1029/2009JC005864.
- [4] Song D H, Wang X H, Kiss A E, et al. The contribution to tidal asymmetry by different combinations of tidal constituents [J]. Journal of Geophysical Research, 116, C12007, doi: 10.1029/2011JC007270.
- [5] van De Kreeke J, Robaczewska K. Tide-induced residual transport of coarse sediment: application to the EMS estuary [J]. Netherlands Journal of Sea Research, 1993, 31(3): 209-220.
- [6] Sivakholundu K M, Mani J S, Idichandy V G, et al. Estuarine channel stability assessment through tidal asymmetry parameters [J]. Journal of Coastal Research, 2009, 25 (2): 315-323.
- [7] Ranasinghe R, Pattiaratchi C. Tidal inlet velocity asymmetry in diurnal regimes [J]. Continental Shelf Research, 2000, 20, 2347-2366.
- [8] Allen J R L. Sand waves: A model of origin and internal structure [J]. Sedimentary Geology, 1980, 26(4): 281-328.
- [9] 黄才安,奚斌. 推移质输沙率公式的统一形式[J]. 水 利水运科学研究, 2002, 2: 72-78.
- [10] 张红武,张俊华,卜海磊,等.试论推移质输沙率公 式[J].南水北调与水利科技,2011,99(6):140-145.
- [11] 曾五一. 统计学概论[M]. 北京: 首都经贸大学出版 社, 2003: 65-66.



# A study on the relationship between tidal asymmetry and bed-load transport in estuarine rectilinear current

### LI Yi-chun, DONG De-xin, CHEN Bo

(Guangxi Beibu Gulf Marine Research Center, Guangxi Academy of Sciences, Nanning 530007, China)

**Received:** Apr., 10, 2013

Key words: tidal current asymmetry; bed-load transport; skewness; tidal constituents

Abstract: Tidal current asymmetry is one of the fundamental characters of nearshore tidal wave. In order to investigate the influence of tidal current asymmetry on net long-term bed sediment transport, the error of bed-load computation that was induced by excluding incipient velocity was studied, while using the Bangnold equation in rectilinear currents. Furthermore, a quantitative relationship between the tidal asymmetry and the bed-load transport in estuaries was deduced based on the concept of skewness. It is shown that the result calculated by the Bagnold formula without incipient velocity is approximately accurate in theory, while the ratio of the incipient velocity of bed-load to the maximum velocity is smaller than a certain value. The relationship derived from the Bagnold equation and tidal asymmetry shows that the long-term net transport of bed-load is affected by the combination of different tidal constituents as well as that of residual current and tidal constituents. The relationship also gives a convenient method to estimate the bed-load transport by harmonic constants of tidal currents. The results obtained through the relationship well match those directly obtained through the Bagnold equation.

(本文编辑: 刘珊珊)