流向 Morison 型波浪力的高阶矩分析

杨　怿

（天津大学 港口与海岸工程实验室，天津 300072）

摘要：通过理论研究定量地说明流向 Morison 波浪力，即拖曳力和惯性力的高阶统计矩随采样次数增加的规律。主要应用二阶 Stokes 波理论，推导了流向 Morison 波浪力的前四阶累积量。计算了作用于实际海底管线上的流向 Morison 波浪力的偏斜度和峰度。结果表明，随着采样次数的增加，拖曳力和惯性力的偏斜度和峰度驱于收敛。文中给出的方法为后续理论工作奠定了基础。

关键词：波浪力；偏斜度；峰度；累积量；非线性影响

中图分类号：TV139.29　　　文献标识码：A　　　文章编号：1000-3096（2009）07-0094-05

众所周知，由于海洋环境瞬息万变，使得环境载荷变得十分复杂，这就给统计研究带来了巨大的困难。对于此类问题的研究，国际上起步比较早。目前，比较常用的研究方法是综合考虑环境因素的随机性和非线性，结合统计资料，分析波浪、海流等的统计特性（水质点水平速度和水平加速度的累积量），最后由 Morison 方程估算波浪载荷统计特性。

作者考虑波浪的非线性因素的影响，主要采用二阶 Stokes 波理论，分析波浪运动（这里仅指水质点水平速度和水平加速度）的统计特性，进而由 Morison 方程得到波浪力的前四阶累积量。

1 波浪运动随机分析

在研究过程中，通常将波面升高用平稳随机变化的谐波分量线性迭加近似表示。除此之外 ，大多数情况下波浪也表现出较强的非线性，特别是浅水情况。工程实践表明，采用二阶 Stokes 波理论已能够满足精度的要求，故此处采用二阶非线性 Stokes 波理论，结合随机理论，建立波浪要素的统计模型。以下将从线性和非线性两个角度，推导波浪要素的统计特性。

1.1 线性随机分析

这里认为波浪为二维平面进行波，波浪传播方向为 x 轴，z 轴垂直于 x 轴铅直向上，z 轴与静水面的交点为坐标原点（以下各节均遵循此约定），以此建立直角坐标系。波浪水平速度的一阶分量（又称线性分量）$u_1(x,z,t)$ 及水平加速度的一阶分量（又称线性分量）$a_1(x,z,t)$ 可分别表示为[1~3]：

$$u_1(x,z,t)=\sum_{n=1}^{N}A_n(z)(a_n\cos\theta_n+b_n\sin\theta_n) \tag{1}$$

$$a_1(x,z,t)=\sum_{n=1}^{N}\omega_n A_n(z)(-a_n\sin\theta_n+b_n\cos\theta_n) \tag{2}$$

其中，$A_n(z)=\dfrac{\omega_n\cosh(k_n(z+d))}{\sinh(k_n d)}$；$\omega_n$ 为第 n 个谐波分量的频率；k_n 为第 n 个谐波分量的波数，由波数方程确定，即 $(\omega_n)^2=gk_n\tanh(k_n d)$；$d$ 为水深；g 为重力加速度；相位角 $\theta_n=-k_n x+\omega_n t$，不失一般性，认为波浪剖面不随空间位置的变化改变，为了简单起见令 x=0，则 u_1, a_1 仅仅是关于 z 和 t 的函数，以下用 $u_1(z,t)$ 和 $a_1(z,t)$ 表示水平速度和加速度；N 为谐波个数（即采样点数）。

由文献[2,4]可知，$u_1(z,t)$ 和 $a_1(z,t)$ 均为平稳是随机过程，a_n 和 b_n 为正态随机变量，a_n 和 b_n 具有如下统计特性：

$$E(a_n^2)=E(b_n^2)=S_{\eta\eta}(\omega_n)\Delta\omega \tag{3}$$

$$E(a_n b_m)=E(b_n b_m)=E(a_n a_m)=0\quad(n\neq m) \tag{4}$$

收稿日期：2008-01-10；修回日期：2009-04-23

基金项目：中国海洋石油研究中心科研项目

作者简介：杨怿(1981-)，男，天津人，博士，主要从事结构物响应谱研究，电话：022-23536259，E-mail：yanyyi28@gmail.com

其中，$S_{\eta\eta}(\omega_n)$ 为单边波浪谱；$\Delta\omega$ 为波浪频率间隔。为了分析的方便，引入新变量 c_n 和 ψ_n，$c_n^2 = a_n^2 + b_n^2$，$\psi_n = \theta_n + \varepsilon_n$，$\theta_n = \omega_n t, \varepsilon_n = \tan^{-1}(-b_n/a_n)$，则 $u_1(z,t)$ 和 $a_1(z,t)$ 又可分别表示为：

$$u_1(z,t) = \sum_{n=1}^{N} A_n(z) c_n \cos\psi_n ,\ a_1(z,t) = -\sum_{n=1}^{N} \omega_n A_n(z) c_n \sin\psi_n 。$$

为了便于用矩阵运算，引入以下关系[4]：

$$c_n e^{\mathrm{i}(\omega_n t + \varepsilon_n)} = \sqrt{S_{\eta\eta}(\omega_n)\Delta\omega}\,(x_n + \mathrm{i} y_n) \tag{5-1}$$

$$x_n \sqrt{S_{\eta\eta}(\omega_n)\Delta\omega} = a_n \cos(\omega_n t) + b_n \sin(\omega_n t) \tag{5-2}$$

$$y_n \sqrt{S_{\eta\eta}(\omega_n)\Delta\omega} = a_n \sin(\omega_n t) - b_n \cos(\omega_n t) \tag{5-3}$$

其中，i 为虚数单位。由于 a_n 和 b_n 为正态随机变量，则任意固定时刻 x_n 和 y_n 也为正态随机变量，且具有与 a_n b_n 形式相近的统计特性[3,4]：

$$E(x_n^2) = E(y_n^2) = 1 \tag{6-1}$$

$$E(x_n y_m) = E(y_n y_m) = E(x_n x_m) = 0 \quad (n \neq m) \tag{6-2}$$

根据上述变换，$u_1(z,t)$ 和 $a_1(z,t)$ 可表示为矩阵形式：

$$u_1(z,t) = \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

$$a_1(z,t) = \boldsymbol{K}\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

其中，$\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\boldsymbol{H},\boldsymbol{K}$ 为行向量，上标 T 表示：

$p_n = \sqrt{S_{\eta\eta}(\omega_n)\Delta\omega_n}, n = 1,2,\ldots,N$；

$\boldsymbol{H} = [p_1 A_1(z), p_2 A_2(z), \ldots, p_N A_N(z)]$，

$\boldsymbol{K} = -[\omega_1 p_1 A_1(z), \omega_2 p_2 A_2(z), \ldots, \omega_N p_N A_N(z)]$；

$\boldsymbol{x} = [c_1 \cos(\psi_1)/p_1, c_2 \cos(\psi_2)/p_2, \ldots, c_N \cos(\psi_N)/p_N]$；

$\boldsymbol{y} = [c_1 \sin(\psi_1)/p_1, c_2 \sin(\psi_2)/p_2, \ldots, c_N \sin(\psi_N)/p_N]$

1.2 非线性随机分析

波浪水质点水平速度二阶分量 $u_2(z,t)$ 和水平加速度二阶分量 $a_2(z,t)$ 可分别表示为[2,3]：

$$u_2(z,t) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{N} c_n c_m [g_{nm}\cos(\psi_n + \psi_m) + l_{nm}\cos(\psi_n - \psi_m)] \tag{9}$$

$$a_2(z,t) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{N} c_n c_m [r_{nm}\cos(\psi_n + \psi_m) + s_{nm}\sin(\psi_n - \psi_m)] \tag{10}$$

式中，$g_{nm} = \dfrac{g^2 D_{nm}^{+}(k_n + k_m)\cosh(k_{nm}^{+}(d+z))}{4\omega_n\omega_m(\omega_n + \omega_m)\cosh(k_{nm}^{+} d)}$；

$l_{nm} = \dfrac{g^2 D_{nm}^{-}(k_n - k_m)\cosh(k_{nm}^{-}(d+z))}{4\omega_n\omega_m(\omega_n - \omega_m)\cosh(k_{nm}^{-} d)}$；

$r_{nm} = -g_{nm}(\omega_n + \omega_m)$；$s_{nm} = -l_{nm}(\omega_n - \omega_m)$；

$$D_{nm}^{\pm} = \frac{(\sqrt{d_n} \pm \sqrt{d_m})[\sqrt{d_m}(k_n^2 - d_n^2) \pm \sqrt{d_n}(k_m^2 - d_m^2)] + 2(\sqrt{d_n} \pm \sqrt{d_m})^2 (k_n k_m \mathrm{m} d_n d_m)}{(\sqrt{d_n} \pm \sqrt{d_m})^2 - k_{nm}^{\pm}\tanh(k_{nm}^{\pm} d)}\ ;k_{nm}^{\pm} = |k_n \pm k_m|\ ;d_n = \omega_n^2/g 。$$

显然上述系数满足：$g_{mn} = g_{nm}$，$l_{mn} = l_{nm}$，$r_{mn} = r_{nm}$，$s_{mn} = -s_{nm}$；若 $m=n$ 时，$l_{nm} = 0, s_{nm} = 0$。按照线性分析中的方法，将 $u_2(z,t)$ 和 $a_2(z,t)$ 表示成矩阵形式：

$$u_2(z,t) = \boldsymbol{x}[\boldsymbol{G} + \boldsymbol{L}]\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{y}[\boldsymbol{L} - \boldsymbol{G}]\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}} \tag{11}$$

$$a_2(z,t) = \boldsymbol{x}[\boldsymbol{R} + \boldsymbol{S}]\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{y}[\boldsymbol{R} - \boldsymbol{S}]\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \tag{12}$$

其中，$\boldsymbol{G},\boldsymbol{L},\boldsymbol{R},\boldsymbol{S}$ 均为 $N\times N$ 阶矩阵，$\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}$ 为 N 维行向量，各矩阵的第 n 行 m 列元素为 $\boldsymbol{G}(n,m) = p_n p_m g_{nm}$，$\boldsymbol{L}(n,m) = p_n p_m l_{nm}$，$\boldsymbol{R}(n,m) = p_n p_m r_{nm}$，$\boldsymbol{S}(n,m) = p_n p_m s_{nm}$。

根据二阶 Stokes 波理论，总的水平速度 $u(z,t)$ 及加速度 $a(z,t)$ 可分别表示为[2,3]：

$$\begin{aligned} u(z,t) &= u_1(z,t) + u_2(z,t) \\ &= [\boldsymbol{H}, \boldsymbol{0}_{1\times N}][\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}]^{\mathrm{T}} + [\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}][\boldsymbol{F}][\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}]^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} a(z,t) &= a_1(z,t) + a_2(z,t) \\ &= [\boldsymbol{0}_{1\times N}, \boldsymbol{K}][\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}]^{\mathrm{T}} + [\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}][\boldsymbol{Q}][\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}]^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{14}$$

其中，$\boldsymbol{0}_{1\times N}$ 为 N 维行向量。$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{G}+\boldsymbol{L} & \boldsymbol{0}_{N\times N} \\ \boldsymbol{0}_{N\times N} & \boldsymbol{L}-\boldsymbol{G} \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{N\times N} & \boldsymbol{R}+\boldsymbol{S} \\ \boldsymbol{R}-\boldsymbol{S} & \boldsymbol{0}_{N\times N} \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{0}_{N\times N}$ 为 $N\times N$ 阶零矩阵。根据上述系数之间的关系可知，$\boldsymbol{F}$ 和 $\boldsymbol{Q}$ 均为实对称矩阵。

2 波浪力统计分析

2.1 累积量与特征函数

在进行分析之前，要引入一个重要概念，即特征函数，其定义如下所示[4]：

$$M_{\mathrm{cha}}(\theta) = E(e^{\mathrm{i}\theta z}) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\mathrm{i}\theta z} p(z)\mathrm{d}z \tag{15}$$

其中，Z 为随机过程，M_{cha} 为 Z 的特征函数，$p(z)$ 为该随机过程的概率密度。由此定义式可以看出，随机过程的特征函数与其概率密度构成一对

Fourier 变换。那么，n 阶累积量与特征函数之间的关系为[4]：

$$M_n = \frac{1}{\mathrm{i}^n}\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}\theta^n}[\ln(M_{\mathrm{cha}})]|_{\theta=0} \tag{16}$$

式中，M_n 为随机过程的第 n 阶累积量。M_1, M_2 分别表示随机过程的均值和方差。在统计分析中，M_3, M_4 显得尤为重要，由这两个量可以将随机过程的偏斜度和峰度（峰度又称作峭度）分别定义为 $M_3/M_2^{1.5}$ 和 M_4/M_2^2，如下所示：

$$M_3/M_2^{1.5} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(z-\mu_Z)^3}{\sigma_z^3} \tag{17-1}$$

$$M_4/M_2^2 = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(z-\mu_Z)^4}{\sigma_z^4} \tag{17-2}$$

式中，μ_z, σ_z 分别表示随机过程的均值和标准差。

2.2 波浪力累积量

对于细长结构，可采用 Morison 方程来计算作用在结构上的波浪力：

$$f = f_{\mathrm{D}} + f_{\mathrm{I}} \tag{18}$$

其中，f_{D} 为拖曳力，$f_{\mathrm{D}} = k_{\mathrm{D}}u|u|$，$k_{\mathrm{D}} = 0.5\rho DC_{\mathrm{D}}$，此处不考虑海流速度且认为结构的运动速度远小于波浪水质点速度；f_{I} 为惯性力，$f_{\mathrm{I}} = k_{\mathrm{I}}a$，$k_{\mathrm{I}} = 0.25\pi\rho C_{\mathrm{M}}D^2$。

由惯性力 f_{I} 的表达式可知，f_{I} 与水平加速度 a 成线性关系，若已知 a 的前四阶累积量，则可比较容易地求解出 f_{I} 的相应累积量。由于 $\boldsymbol{Q}$ 为实对称矩阵，故必存在正交阵 $\boldsymbol{P}_1$ 使得

$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{P}_1\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{P}_1^{\mathrm{T}}$，且满足 $\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_1^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{I}$（$\mathbf{I}$ 为单位矩阵），则 a 可进一步变换为[2,3]：

$$\begin{aligned} a(z,t) &= [\mathbf{0}_{1\times N}, \boldsymbol{K}]\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_1^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}]^{\mathrm{T}} + \\ &[\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}]\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_1^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{Q}]\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_1^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}]^{\mathrm{T}} = \\ &\sum_{n=1}^{2N}(\alpha_n Z_n + \lambda_n Z_n^2) \end{aligned} \tag{19}$$

其中，$\alpha_n = [\mathbf{0}_{1\times N}, \boldsymbol{K}]\boldsymbol{P}_1$；$Z_n = [\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}]\boldsymbol{P}_1$；$\lambda_n$ 为矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 的第 n 个特征值。令 ${}_n = \alpha_n Z_n + \lambda_n Z_n^2$ 由特征向量的正交性，Z_n 满足以下关系：$E(Z_n^2)=1, E(Z_nZ_m)=0(n\neq m)$[4]。则由特征函数的定义可知，$M_{\mathrm{cha}_n} = E(e^{i\theta\,{}_n})$，$M_{\mathrm{cha}} = E(e^{i\theta a}) = E(e^{i\theta\sum {}_n}) = \prod_{n=1}^{2N}M_{\mathrm{cha}_n}(\theta)$[4]。根据文献[4]中的论述，水平加速度 a 的第 n 阶累积量为：

$$M_n^a = \sum_{j=1}^{2N}\frac{1}{2}(2\lambda_j)^n\left((n-1)! + \left(\frac{\alpha_j}{2\lambda_j}\right)^2 n!\delta_{n1}\right) \tag{20}$$

其中，δ_{n1} 为参数，$\delta_{n1} = \begin{cases}0 & n=1 \\ 1 & n\neq 1\end{cases}$。惯性力可表示为 $f_{\mathrm{I}} = k_{\mathrm{I}}a = k_{\mathrm{I}}\sum_{n=1}^{2N}(\alpha_n Z_n + \lambda_n Z_n^2)$，与加速度的表达式相比仅仅是系数的不同，由上述公式经过简单推导可得出 f_{I} 的前四阶累积量为：

$$M_1^{f_{\mathrm{I}}} = k_{\mathrm{I}}\sum_{n=1}^{2N}\lambda_n = k_{\mathrm{I}}M_1^a \tag{21-1}$$

$$M_2^{f_{\mathrm{I}}} = k_{\mathrm{I}}^2\sum_{n=1}^{2N}(2\lambda_n^2 + \alpha_n^2) = k_{\mathrm{I}}^2M_2^a \tag{21-2}$$

$$M_3^{f_{\mathrm{I}}} = k_{\mathrm{I}}^3\sum_{n=1}^{2N}(8\lambda_n^3 + 6\alpha_n^2\lambda_n) = k_{\mathrm{I}}^3M_3^a \tag{21-3}$$

$$M_4^{f_{\mathrm{I}}} = k_{\mathrm{I}}^4\sum_{n=1}^{2N}48(\lambda_n^3 + \alpha_n^2\lambda_n^2) = k_{\mathrm{I}}^4M_4^a \tag{21-4}$$

其中，f_{I} 表示惯性力的累积量。$M_3^{f_{\mathrm{I}}}/\left(M_2^{f_{\mathrm{I}}}\right)^{1.5}$ 和 $M_4^{f_{\mathrm{I}}}/\left(M_2^{f_{\mathrm{I}}}\right)^2$ 分别表示惯性力这一随机过程的偏斜度和峰度。

由拖曳力 f_{D} 的表达式可知，f_{D} 与水平速度 u 成非线性关系，为了使问题简化，可将 f_{D} 线性化，即 $f_{\mathrm{D}} \approx \sigma_u\sqrt{8/\pi}k_{\mathrm{D}}u$，$\sigma_u$ 为速度的标准差。由于矩阵 $\boldsymbol{F}$ 为实对称矩阵，同理，根据加速度的分析方法，u 可进一步变换为[2,3]：

$$u(z,t) = [\boldsymbol{H}, \mathbf{0}_{1\times N}][\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}]^{\mathrm{T}} + [\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}][\boldsymbol{F}][\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}]^{\mathrm{T}} = \sum_{n=1}^{2N}(\ {}_nY_n + \mu_nY_n^2\ ) \qquad (\ \ )$$

其中，$\boldsymbol{P}_2$ 为正交阵；${}_n = [\boldsymbol{H}, \mathbf{0}_{1\times N}]\boldsymbol{P}_2$；$Y_n = [\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}]\boldsymbol{P}_2$；$\mu_n$ 为矩阵 $\boldsymbol{F}$ 的第 n 个特征值。水平速度 u 的第 n 阶累积量为[4]：

$$M_n^u = \sum_{j=1}^{2N}\frac{1}{2}(2\mu_j)^n[(n-1)! + \left(\frac{{}_j}{2\mu_j}\right)^2 n!\delta_{n1}] \tag{23}$$

其中，δ_{n1} 为参数，其取值规则如前所述。拖曳力可表示为 $f_{\mathrm{D}} = k_{\mathrm{D}}Au = k_{\mathrm{D}}A\sum_{n=1}^{2N}(\ {}_nY_n + \mu_nY_n^2)$，$A = \sqrt{8/\pi}\sigma_u$，与速度的表达式相比仅仅是系数的不同，同理可得出 f_{D} 的前四阶累积量为：

$$M_1^{f_{\mathrm{D}}} = k_{\mathrm{D}}A\sum_{n=1}^{2N}\mu_n = k_{\mathrm{D}}AM_1^u \tag{24-1}$$

$$M_2^{f_{\mathrm{D}}} = (k_{\mathrm{D}}A)^2\sum_{n=1}^{2N}(2\mu_n^2 + {}_n^2) = (k_{\mathrm{D}}A)^2M_2^u \tag{24-2}$$

$$M_3^{f_D} = (k_D A)^3 \sum_{n=1}^{2N} (8\mu_n^3 + 6 \ {}_n^2 \mu_n)\mu = (k_D A)^3 M_3^u \qquad (24\text{-}3)$$

$$M_4^{f_D} = (k_D A)^4 \sum_{n=1}^{2N} 48(\mu_n^3 + \ {}_n^2 \mu_n^2) = (k_D A)^4 M_4^u \qquad (24\text{-}4)$$

其中，f_D 表示拖曳力的累积量。$M_3^{f_D} / \left(M_2^{f_D}\right)^{1.5}$ 和 $M_4^{f_D} / \left(M_2^{f_D}\right)^2$ 分别表示拖曳力这一随机过程的偏斜度和峰度。

3 计算实例及结果分析

作者以渤海 BZ34 4EP 管线为例，相关参数如表 1 所示[5]。

表 1 管线及环境参数

Tab. 1 Parameters for pipeline and environment

类目	取值/描述
管线结构	采用双层结构
油管(钢制)直径	内径 din=187.3mm, 外径 dout=219.1mm
套管(钢制)直径	内径 din=327.0mm, 外径 dout=355.6mm
海水密度	${}_s = 1025$ kg/m3
拖曳力系数	$C_D = 1$
惯性力系数	$C_M = 2$
水深	d=20 m
采用规范谱	$S_{\eta\eta}(\omega) = \left[0.74/\omega^5\right]\exp\left[-2.46/\left(\omega^2 H_{1/3}\right)\right]$ z=–10 m, $H_{1/3}$=3.2 m, t=1s

根据前面的理论分析编制了程序进行计算，结果如图 1~2 所示。从图中可知，拖曳力和惯性力的峰度值恒为正，且随着采样次数 N 的增大而下降；就总体变化趋势而言，拖曳力及惯性力偏斜度的值也是随着采样次数 N 的增大而下降，当 N>200 之后，拖曳力的偏斜度除在极个别点外基本上保持为正值，而惯性力的偏斜度的值出现明显的振荡现象，这说明了惯性力的偏斜度对采样次数 N 值的选取十分敏感。当 N=300 时，偏斜度及峰度值开始收敛，此时拖曳力与惯性力的偏斜度及峰度值分别为：$M_3^{f_D} / \left(M_2^{f_D}\right)^{1.5} = 0.4509$, $M_4^{f_D} / \left(M_2^{f_D}\right)^2 = 0.3275$, $M_3^{f_I} / \left(M_2^{f_I}\right)^{1.5} = 0.0546$，$M_4^{f_I} / \left(M_2^{f_I}\right)^2 = 0.1891$。

4 结论

作者运用随机过程和统计学中的相关理论，分析了考虑非线性因素时的流向波浪力统计特性，其中重点对偏斜度和峰度做了研究。从计算结果可以看出，流向波浪力的偏斜度保持不为 0，这说明流向波浪力这一总体随机过程不服从正态分布，体现了非线性因素的影响；与此同时，流向波浪力的峰度值在 N>180 之后恒小于 3，这表明其分布密度函数两侧的形态较正态分布的情形 丰满 。

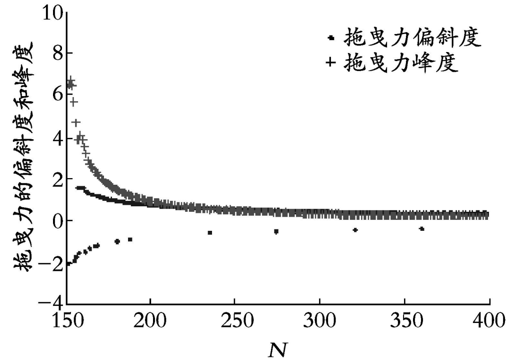

图 1 拖曳力的偏斜度及峰度

Fig.1 Skewness and kurtosis for drag force

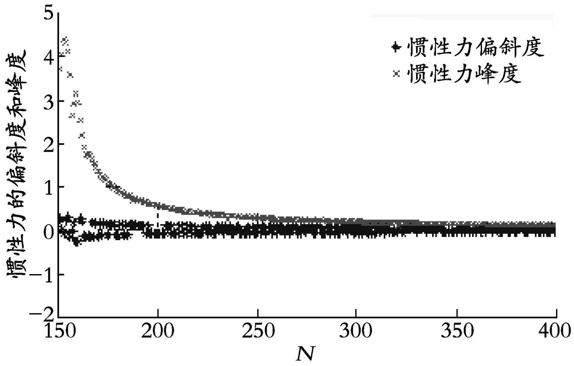

图 2 惯性力的偏斜度及峰度

Fig.2 Skewness and kurtosis for inertia force

作者介绍的方法巧妙地将冗繁的级数表达式转化为矩阵形式，便于计算机编程运算。然而，本文尚存在不完善之处，这里采用的规范谱作为理论推导的前提，实际的海浪谱显然与此有一定的差别，这就给最终计算结果带来一定误差。

参考文献：

[1] Dean R G, Dalrymple R. A water wave mechanics for engineers and scientists [M]. New York: World Scientific, 1991. 79-81.

[2] Zheng X Y, Moan T, Queck S T. Non-gaussian random wave wimulation by two-dimensional fourier transform and linear oscillator response to Morison force [J]. **Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, 2007, 129:327-334.

[3] Moan T, Zheng X Y, Queck S T. Frequency-domain

analysis of non-linear wave effect on offshore platform responses [J]. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, 2007 ，**42**（3）：555-565.
[4] Langley R S. A statistics analysis of nonlinear random waves [J]. **Ocean Engineering**, 1987, 14:389-407.
[5] 刘立名. 海底管跨涡激振动可靠性分析[D]. 天津 :天津大学，2004.

Analysis of higher moments for in-line Morison wave forces

YANG Yi

(Laboratory for Port and Coastal Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Received: Jan.,3,2008

Key words: wave force; skewness; kurtosis; cumulant; non-linear effects

Abstract: By means of theoretical study, this paper is to quantitatively describe the varying law of the higher moments of in-line Morison wave forces, i.e., drag force and inertia force, as the number of sampling increases. The second-order Stokes wave theory is mainly applied herein to deriving the first four cumulants of the in-line Morison wave forces. In the case study, the theory in this paper is adopted to calculate the skewness and kurtosis of the drag force and inertia force acted upon a practical subsea pipeline. It can be seen from the results that, as the number of sampling increases, the skewness and kurtosis of the drag force and inertia force tend to converge. The approach in this paper serves as a foundation for the theoretical work in the future.

（本文编辑：刘珊珊）