

一个二维数值波浪水槽的改进

何海伦^{1,2}, 陈利琴³, 宋金宝¹

(1. 中国科学院 海洋研究所, 山东 青岛 266071; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039; 3. 中国航天科工集团第六研究院 41 所, 内蒙呼和浩特 010010)

摘要:对 Drimer, Agnon 及 Segre 研发的数值波浪水槽 (简称 DAS), 首先通过修正 DAS 中某些积分计算的错误, 建立了第一个修正模型 (MDAS1), 使得模型更加准确稳定。其次, 将 DAS 模型自由表面线性元近似替换为更为合理准确的三阶元近似, 建立了第二个修正模型 (MDAS2), 使得模型计算的波面更合理可靠。平底水槽中波群的生成及传播算例表明: 与 DAS 结果相比, MDAS1 对波面没有显著影响, 而采用三阶元的 MDAS2 对波面有显著影响。与 Hansen 和 Svendsen 的实测资料相比较证实了两个修正模型的有效性。

关键词:数值波浪水槽; 边界元方法; 波群; 完全非线性水波

中图分类号: P731.22 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-3096(2007)03-0046-08

不可压缩无粘水波数值模拟一直是水动力学及海浪研究的基础问题之一。由于水波问题复杂的非线性特性, 使得解析求解尤为困难, 而往往采用数值方法。有限差分方法 (例如标记网格法 MAC, 流体体积法 VOF), 有限元方法 (FEM) 及边界元方法 (BEM) 都具有模拟这种完全非线性水波的可能。

自从 Louguet-Higgins 和 Cokelet^[1]首次利用边界元方法处理波面翻转以来, 许多成功的基于边界元方法的格式相继出现。相对于其它方法来说, 边界元方法可以在保持高精度的同时把处理的问题降维, 而且能够完全拟合任意形状的边界, 这使得它在数值波浪水槽中发挥重要作用。关于该方法的简要回顾可以参见 Grilli^[2]等。

Drimer 和 Agnon^[3] (简称 DA) 在线性边界元模型中引入了关于节点速度的相容性条件, 这使得该模型在未进行任何平滑处理的条件下, 能够模拟相邻单元法向夹角近 180° 的波面翻转。这个相容性条件的引入, 对线性元节点的速度进行了唯一的定义, 从而避开了所谓的角点问题, 避免了节点 (特别是角点) 法向速度不一致带来的误差和引发的不稳定。DA 原有的数值试验充分说明了该相容性条件的重要性。这包括 DA 在模拟波浪破碎情形时, 得出与 Jansen^[4]及 New 等^[5]相一致的结果, 而且 DA 和 Jansen 模型相比,

在能量守恒及稳定性上都有很大提高。在进行波变浅至破碎的模拟中, DA 得出的波高水深的曲线与 Hansen 和 Svendsen^[6]的实验结果相一致。

在对边界元方法中出现的具有奇点位的积分运算时, 许多人都采用数值的方法, 也有人利用近似的解析方法。DA 在其模型中采用 Gauss 数值积分法。事实上, 这可以采用完全解析的方法。Segre (1998, 未发表) 基于 DA 模型 (简称 DAS) 进行了尝试, 给出了该积分的解析表达式。Song 和 Banner^[7,8], Banner 和 Song^[9]检验了 DAS 用于研究深水及中等水深下波群破碎时的有效性, 但是对于浅水波情形, DAS 不再有效。事实上, DAS 中某些积分的计算存在错误, 对这些积分订正后的模型 (以下简称 MDAS1) 比原模型更稳定。另外, 我们将表面线性元近似替换为三阶元近似而在固边界上仍采用线性元近似, 建立了一个复合边界元模型 (以下简称 MDAS2), 借助这些模型我们比较了三阶元对波浪模拟的影响。

收稿日期: 2005-11-15; 修回日期: 2006-12-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (40376008)

作者简介: 何海伦 (1982-), 男, 江苏淮安人, 硕士, 从事物理海洋学研究, 电话: 0532-82898506, E-mail: hehailun@ms.qdio.ac.cn

1 DAS 模型简介及修正

1.1 DA 模型简介

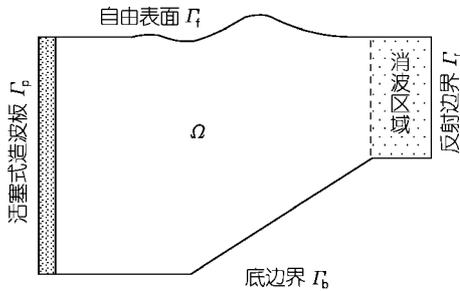


图 1 波浪水槽示意图
Fig.1 Sketch of wave tank

考虑如图 1 所示的波浪水槽，假设流体无粘，无旋，其速度势 $\phi(x,t)$ 满足

$$\nabla^2 \phi = 0, \text{ 在 } \Omega(t) \text{ 内} \quad (1)$$

利用格林函数理论，式 (1) 可化为边界积分方程：

$$\alpha(X_i)\phi(X_i) = \int_{\Gamma} \left[\frac{\partial \phi}{\partial n} G(X, X_i) - \phi \frac{\partial G(X, X_i)}{\partial n} \right] d\Gamma \quad (2)$$

其中 X 和 X_i 是边界上点的坐标， $\alpha(X_i) = \frac{\theta_i}{2\pi}$ ， θ_i 为 i 节点向两侧作切线所成的夹角。

对二维情形，

$$G(X, X_i) = -\frac{\ln r}{2\pi} \quad (3)$$

其中 r 是点 X 和 X_i 之间的距离。

如图 1 所示，区域 $\Omega(t)$ 的边界 Γ 包括自由表面 Γ_f 和固边界 Γ_s ，其中 Γ_s 包括造波板边界 Γ_p 、底边界 Γ_b 和反射边界 Γ_r 。

在自由表面上要求满足运动学和动力学边界条件：

$$\frac{D\bar{X}}{Dt} = \nabla \phi, \text{ 在 } \Gamma_f \text{ 上} \quad (4)$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi - gz - \frac{p}{\rho}, \text{ 在 } \Gamma_f \text{ 上} \quad (5)$$

其中 X 是自由表面上点的坐标矢量 (x,z) ， g 为重力加速度， p 是自由表面压强，在这里我们设 $p=0$ 。

在固边界上要求满足无渗透边界条件：

$$\nabla \phi \cdot \bar{n} = \bar{V}_s \cdot \bar{n}, \text{ 在 } \Gamma_s \text{ 上} \quad (6)$$

其中 \bar{n} 是 Γ_s 的外法向， \bar{V}_s 是固边界的瞬时速度。

如果需要消波，可在区域 $\Omega(t)$ 的尾段添加消波区域，在消波区域中，自由表面处满足的动力学边界条件为：

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi - gz - \frac{p}{\rho} - v\phi, \text{ 在 } \Gamma_f \text{ 上} \quad (7)$$

其中 v 是一个正的消波系数，它在消波开始处为 0，然后沿着波传播方向线性增大至最大值 v_{\max} 。

把边界 Γ 离散成 N 个单元，此时方程 (2) 可写为：

$$\alpha(X_i)\phi(X_i) = \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} \left[\frac{\partial \phi}{\partial n} G(X, X_i) - \phi \frac{\partial G(X, X_i)}{\partial n} \right] d\Gamma \quad (8)$$

对式 (8)，DA 采用线性边界元方法：即假定

$$X = X_j \cdot N_1(\xi) + X_{j+1} \cdot N_2(\xi) \quad (9)$$

$$\phi = \phi_j \cdot N_1(\xi) + \phi_{j+1} \cdot N_2(\xi) \quad (10)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_j \cdot N_1(\xi) + \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{j+1} \cdot N_2(\xi) \quad (11)$$

其中

$$\begin{cases} N_1(\xi) = \frac{1}{2}(1-\xi) \\ N_2(\xi) = \frac{1}{2}(1+\xi) \end{cases} \quad (12)$$

-1 ξ 1

为了避免节点处法向速度的不一致，DA 引入了节点处关于法向速度的相容性条件 (图 2)。

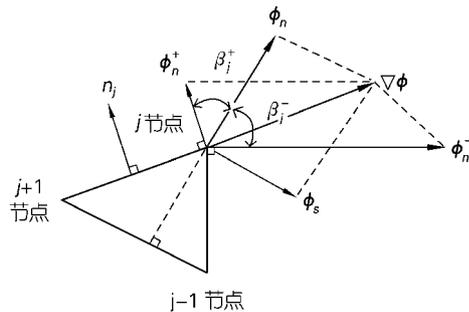


图 2 第 j 个节点处关于法向速度的相容性条件示意

Fig.2 The compatible condition about the J^{th} node's normal velocity

$$\begin{cases} (\frac{\partial \phi}{\partial n})_j^+ = \cos \beta_j^- (\frac{\partial \phi}{\partial n})_j - \sin \beta_j^- (\frac{\partial \phi}{\partial s})_j \\ (\frac{\partial \phi}{\partial n})_j^- = \cos \beta_j^+ (\frac{\partial \phi}{\partial n})_j + \sin \beta_j^+ (\frac{\partial \phi}{\partial s})_j \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\begin{cases} (\frac{\partial \phi}{\partial n})_j^- = \nabla \phi \cdot \bar{n}_{j-1} \\ (\frac{\partial \phi}{\partial n})_j^+ = \nabla \phi \cdot \bar{n}_j \end{cases} \quad (14)$$

附标 j 可以看作 Γ_j 和 n_j 的单元附标, 也可以看作 $(\frac{\partial \phi}{\partial n})_j, \phi_j, \bar{X}_j$ 的全局节点附标; \bar{n}_j 是第 j 个单元的单位外方向; β_j^\pm 是 \bar{n}_j^\pm 和 \bar{n}_j 之间的夹角; $(\frac{\partial \phi}{\partial s})_j$ 是第 j 个节点的切向速度; $(\frac{\partial \phi}{\partial n})_j$ 是第 j 个节点的法向速度。把式 (9)~(12) 及相容性条件式 (13)~(14) 带入式 (8) 得

$$\sum_{j=1}^N [A_{ij} \phi(X_j)] - \sum_{j \in \Gamma_s} [B_{ij}^- \phi_n^+(X_j) + B_{ij}^+ \phi_n^-(X_j)] - \sum_{j \in \Gamma_f} [B_{ij}^+ \phi_n^+(X_j) + B_{ij}^- \phi_n^-(X_j)] = 0, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (15)$$

其中

$$A_{ij} = A_{ij}^1 + A_{ij}^2 - 2\pi \delta_{ij} \alpha_j \quad (16)$$

$$A_{ij}^1 = \int_{\Gamma_j} N_1(\xi) \frac{\partial \ln r}{\partial n} d\Gamma \quad (17)$$

$$A_{ij}^2 = \int_{\Gamma_{j-1}} N_2(\xi) \frac{\partial \ln r}{\partial n} d\Gamma \quad (18)$$

$$B_{ij}^- = \int_{\Gamma_{j-1}} N_2(\xi) \ln rd\Gamma \quad (19)$$

$$B_{ij}^+ = \int_{\Gamma_j} N_1(\xi) \ln rd\Gamma \quad (20)$$

$$B_{ij}^+ = B_{ij}^- \cos \beta_j^- + B_{ij}^+ \cos \beta_j^+ \quad (21)$$

$$B_{ij}^- = B_{ij}^- \sin \beta_j^+ - B_{ij}^+ \sin \beta_j^- \quad (22)$$

DA 采用 Gauss 积分方法计算积分式 (16)~(20), 然后求解线性方程组 (15), 并在时间域上采用 4 阶 Runge-Kutta 方法, 从而实现数值波浪水槽的逐步模拟。

1.2 DAS 模型及其改进

Segre 在 DA 的基础上, 给出积分式 (16)~(20) 的解析解, 提高了积分计算的精度。在深水及中等水深下, DAS 可以有效地模拟波浪水槽, 但是在浅水情形下, DAS 计算失效。通过仔细检验, 我们发现 Segre 对式 (16)~(20) 中的某些积分计算结果不正确。修正这些错误后我们建立第一个修正模型, 称为

MDAS1。修正后的式 (16)~(20) 的解析表达式如下:

当 $j \neq i, i-1$ 时, 如果 $d_{ij} \neq 0$, 则

$$A_{ij}^1 = d_{ij} \left[\frac{1}{2a_j} (\ln |a_j - 2b_{ij} + c_{ij}| - \ln |a_j + 2b_{ij} + c_{ij}| + (1 + \frac{b_{ij}}{a_j}) \frac{1}{\sqrt{a_j c_{ij} - b_{ij}^2}} (\arctan \frac{a_j + b_{ij}}{\sqrt{a_j c_{ij} - b_{ij}^2}} - \arctan \frac{b_{ij} - a_j}{\sqrt{a_j c_{ij} - b_{ij}^2}}) \right] \quad (23)$$

$$B_{ij}^+ = M_{ij} + \frac{1}{4} \sqrt{a_j} (1 + \frac{b_{ij}}{a_j}) \frac{\sqrt{a_j c_{ij} - b_{ij}^2}}{a_j} (\arctan \frac{a_j + b_{ij}}{\sqrt{a_j c_{ij} - b_{ij}^2}} - \arctan \frac{b_{ij} - a_j}{\sqrt{a_j c_{ij} - b_{ij}^2}}) \quad (24)$$

其中

$$a_j = (y_{j+1} - y_j)^2 + (z_{j+1} - z_j)^2 \quad (25)$$

$$b_{ij} = (y_{j+1} - y_j)(y_{j+1} + y_j - 2y_i) + (z_{j+1} - z_j)(z_{j+1} + z_j - 2z_i) \quad (26)$$

$$c_{ij} = (y_{j+1} + y_j - 2y_i)^2 + (z_{j+1} + z_j - 2z_i)^2 \quad (27)$$

$$d_{ij} = \frac{1}{2} (y_{j+1} + y_j - 2y_i)(z_{j+1} - z_j) - \frac{1}{2} (z_{j+1} + z_j - 2z_i)(y_{j+1} - y_j) \quad (28)$$

$$M_{ij} = \frac{1}{8} \sqrt{a_j} \left[\frac{1}{2} \ln (\frac{1}{4} a_j + \frac{1}{2} b_{ij} + \frac{1}{4} c_{ij}) + \frac{3}{2} \ln (\frac{1}{4} a_j - \frac{1}{2} b_{ij} + \frac{1}{4} c_{ij}) \right] - \frac{1}{2} \sqrt{a_j} + \frac{1}{8} \frac{b_{ij}}{\sqrt{a_j}} (\ln |a_j + 2b_{ij} + c_{ij}| - \ln |a_j - 2b_{ij} + c_{ij}|) - \frac{1}{4} \frac{b_{ij}}{\sqrt{a_j}} - \frac{1}{8} \sqrt{a_j} \frac{a_j c_{ij} - 2b_{ij}^2}{2a_j^2} \quad (29)$$

如果 $d_{ij} = 0$, 则

$$A_{ij}^1 = 0 \quad (30)$$

$$B_{ij}^+ = M_{ij} \quad (31)$$

当 $j=i$ 时,

$$A_{ij}^1 = 0 \quad (32)$$

$$B_{ij}^+ = \frac{1}{2} \sqrt{a_j} \ln \frac{\sqrt{a_j}}{2} + \frac{1}{2} \ln 2 \sqrt{a_j} - \frac{3}{4} \sqrt{a_j} \quad (33)$$

当 $j=i-1$ 时,

$$A_{ij}^1 = 0 \quad (34)$$

$$B_{ij}^+ = \frac{1}{2} \sqrt{a_j} \ln \frac{\sqrt{a_j}}{2} + \frac{1}{2} \ln 2 \sqrt{a_j} - \frac{1}{4} \sqrt{a_j} \quad (35)$$

当 $j \neq i, i+1$ 时,
如果 $d_{ij-1} \neq 0$, 则,

$$A_{ij}^2 = d_{ij-1} \left[\frac{1}{2a_{j-1}} (\ln|a_{j-1} + 2b_{ij-1} + c_{ij-1}| - \ln|a_{j-1} - 2b_{ij-1} + c_{ij-1}|) + (1 - \frac{b_{ij-1}}{a_{j-1}}) \frac{1}{\sqrt{a_{j-1}c_{j-1} - b_{ij-1}^2}} (\arctan \frac{a_{j-1} + b_{ij-1}}{\sqrt{a_{j-1}c_{j-1} - b_{ij-1}^2}} - \arctan \frac{b_{ij-1} - a_{j-1}}{\sqrt{a_{j-1}c_{j-1} - b_{ij-1}^2}}) \right] \quad (36)$$

$$B_{ij}^- = N_{ij} + \frac{1}{4} \sqrt{a_{j-1}} (1 - \frac{b_{ij-1}}{a_{j-1}}) \frac{\sqrt{a_{j-1}c_{j-1} - b_{ij-1}^2}}{a_{j-1}} (\arctan \frac{a_{j-1} + b_{ij-1}}{\sqrt{a_{j-1}c_{j-1} - b_{ij-1}^2}} - \arctan \frac{b_{ij-1} - a_{j-1}}{\sqrt{a_{j-1}c_{j-1} - b_{ij-1}^2}}) \quad (37)$$

其中

$$N_{ij} = \frac{1}{8} \sqrt{a_{j-1}} \left(\frac{3}{2} \ln(\frac{1}{4} a_{j-1} + \frac{1}{2} b_{ij-1} + \frac{1}{4} c_{ij-1}) + \frac{1}{2} \ln(\frac{1}{4} a_{j-1} - \frac{1}{2} b_{ij-1} + \frac{1}{4} c_{ij-1}) \right) - \frac{1}{2} \sqrt{a_{j-1}} + \frac{1}{8} \frac{b_{ij-1}}{\sqrt{a_{j-1}}} (\ln|a_{j-1} + 2b_{ij-1} + c_{ij-1}| - \ln|a_{j-1} - 2b_{ij-1} + c_{ij-1}|) + \frac{1}{4} \frac{b_{ij-1}}{\sqrt{a_{j-1}}} + \frac{1}{8} \sqrt{a_{j-1}} \frac{a_{j-1}c_{j-1} - 2b_{ij-1}^2}{2a_{j-1}^2} (\ln|a_{j-1} + 2b_{ij-1} + c_{ij-1}| - \ln|a_{j-1} - 2b_{ij-1} + c_{ij-1}|) \quad (38)$$

如果 $d_{ij-1} = 0$,

$$A_{ij}^2 = 0 \quad (39)$$

$$B_{ij}^- = N_{ij} \quad (40)$$

当 $j=i$ 时,

$$A_{ij}^2 = 0 \quad (41)$$

$$B_{ij}^- = \frac{1}{2} \sqrt{a_{j-1}} \ln \frac{\sqrt{a_{j-1}}}{2} + \frac{1}{2} \ln 2 \sqrt{a_{j-1}} - \frac{3}{4} \sqrt{a_{j-1}} \quad (42)$$

当 $j=i+1$ 时,

$$A_{ij}^2 = 0 \quad (43)$$

$$B_{ij}^- = \frac{1}{2} \sqrt{a_{j-1}} \ln \left(\frac{\sqrt{a_{j-1}}}{2} \right) + \frac{1}{2} \ln 2 \sqrt{a_{j-1}} - \frac{1}{4} \sqrt{a_{j-1}} \quad (44)$$

在 MDAS1 基础上 我们将原模型中自由面所采用的线性元改进为如图 3 中的三阶元, 而在固边界继续使用线性元, 并依此建立线性元和三阶元的混合模型, 称为 MDAS2。

对式 (8), 用三阶元时, 假定

$$X = X_{j-1} N_1(\xi) + X_j N_2(\xi) + X_{j+1} N_3(\xi) + X_{j+2} N_4(\xi) \quad (45)$$

$$\phi = \phi_{j-1} N_1(\xi) + \phi_j N_2(\xi) + \phi_{j+1} N_3(\xi) + \phi_{j+2} N_4(\xi) \quad (46)$$

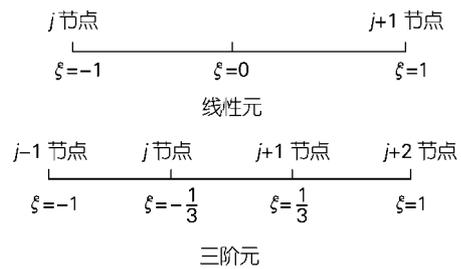


图 3 等参单元的构造

Fig.3 Isoparameter element

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{j-1} N_1(\xi) + \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_j N_2(\xi) + \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{j+1} N_3(\xi) + \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{j+2} N_4(\xi) \quad (47)$$

其中

$$\begin{cases} N_1(\xi) = \frac{1}{16} (1 - \xi) [9(1 + \xi^2) - 10] \\ N_2(\xi) = \frac{9}{16} (1 - \xi^2) (1 - 3\xi) \\ N_3(\xi) = \frac{9}{16} (1 - \xi^2) (1 + 3\xi) \\ N_4(\xi) = \frac{1}{16} (1 + \xi) [9(1 + \xi^2) - 10] \end{cases} \quad (48)$$

-1 ξ 1

借助数值试验, 可以比较 DAS, MDAS1 和 MDAS2 的稳定性及各自的特点。

2 模型的检验

2.1 波群的生成及传播

在这里, 我们考虑利用活塞式造波板造波的数值

水槽。在水槽中，波群可以这样生成：

$$x_p = -0.25A_p \left(\tanh \frac{4\omega_p t}{N\pi} + 1 \right) \left[1 - \tanh \frac{4(\omega_p t - 2N\pi)}{N\pi} \right] \sin \left[\omega_p (t - 0.009t^2) \right] \quad (49)$$

其中 t 是时间, N 是生成波的个数, x_p 是活塞造波板的位置, A_p 与造波板振幅成正比, 而 $\omega_p = \sqrt{gk \tanh(kh)}$ 是其圆频率, k 为生成波的平均波数, h 为静水时水深。假设底边界水平, 且水平底足够长使得无能量从反射壁反射回, 不需要消波区域。选取 $k=1, N=5, dt = \frac{T}{20}$, 这里 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 是造波板及生成波的周期, 造波从 $t=0$ 时刻开始。

2.1.1 浅水中波群的生成及传播

当 $kh=0.3$ 时, 对应于浅水情形, DAS 计算失效, 改进后的 MDAS1 和 MDAS2 可以计算, 而且计算结果非常一致。例如图 4~5 分别给出 $kh=0.3, kA_p=0.005, t=7.5T$ 和 $15T$ 时的瞬时波面图, 图中 MDAS1 和 MDAS2 模拟的波面完全重合在一起。可见 MDAS1 和 MDAS2 比 DAS 更稳定, 且这两个模型对浅水中小振幅波动的模拟结果非常一致。本次试验中体积守恒相对误差很小, 都小于 5×10^{-6} 。

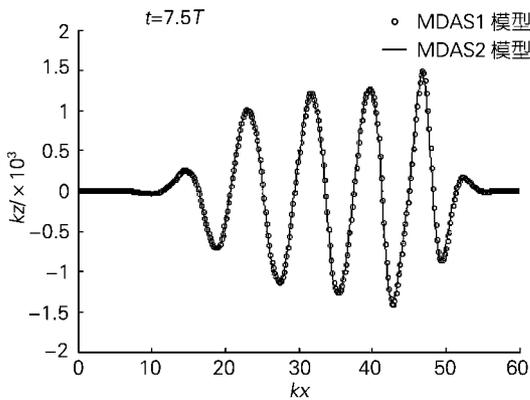


图4 当 $kh=0.3, kA_p=0.005$ 时, $t=10T$ 时刻瞬时波面图
Fig.4 Wave profile when $t=10T, kh=0.3$, and $kA_p=0.005$

2.1.2 深水中波群的生成及传播

下面我们比较三种模型在深水情形下的结果。设置 $kh=4, kA_p=0.122$, 图 8~11 分别给出 3 种模型计算的 $t=7.5T, 12.5T, 15.0T$ 和 $17.5T$ 时刻的波面图。试验中体积守恒相对误差小于 5×10^{-5} 。在 $t=7.5T$ 时刻, 由 MDAS1 得此时 Ursell 数为 0.2544, 小于 $4\pi^2$, 即

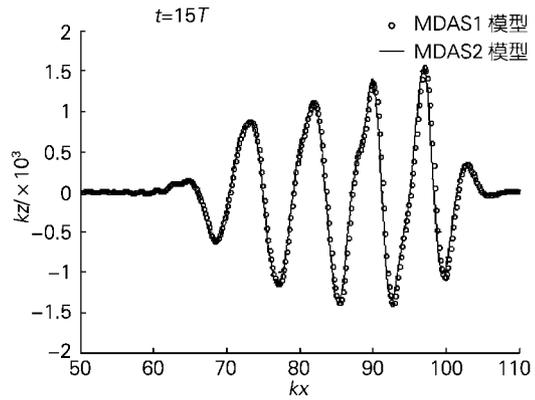


图5 当 $kh=0.3, kA_p=0.005$ 时, $t=15.0T$ 时刻瞬时波面图
Fig.5 Wave profile when $t=15.0T, kh=0.3$, and $kA_p=0.005$

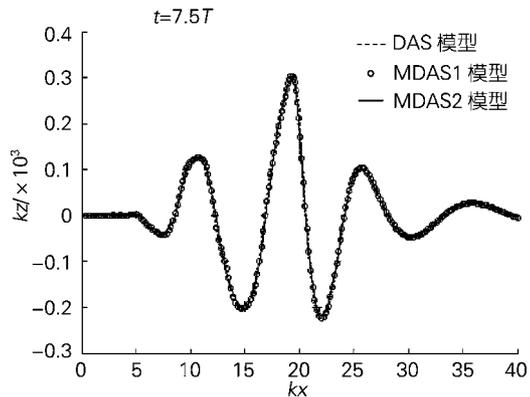


图6 当 $kh=4, kA_p=0.122$ 时, $t=7.5T$ 时刻瞬时波面图
Fig.6 Wave profile when $t=7.5T, kh=4$, and $kA_p=0.122$

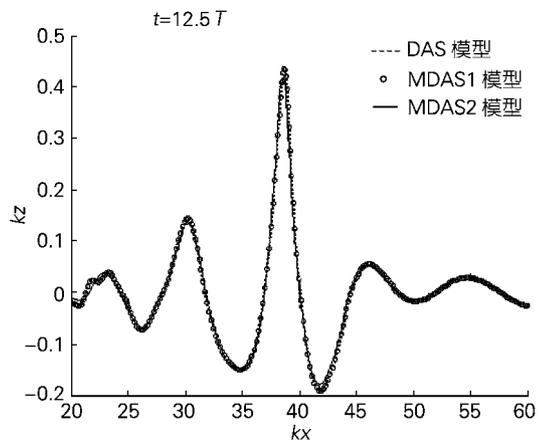


图7 当 $kh=4, kA_p=0.122$ 时, $t=12.5T$ 时刻瞬时波面图
Fig.7 Wave profile when $t=12.5T, kh=4$, and $kA_p=0.122$

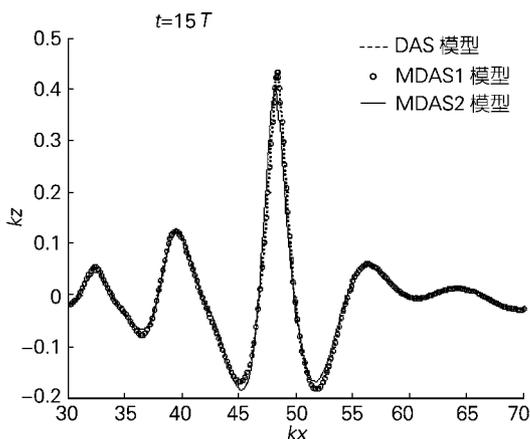


图 8 当 $kh = 4$, $kA_p = 0.122$ 时, $t = 15.0T$ 时刻瞬时波面图
Fig.8 Wave profile when $t = 15.0T$, $kh = 4$, and $kA_p = 0.122$

此时非线性作用不可忽略。图 6 中, $t = 7.5T$, 此时造波完成后不久, 由三个模型得到的结果相差不大, 图中很难分辨。图 7~9 中, DAS 和 MDAS1 波面仍然重合在一起, MDAS2 在波峰及波谷处有显著的差异。可见, 在三种模型都有效的情形下, 和原来的 DAS 波面相比, MDAS1 变化很小, 而 MDAS2 有显著的变化。对此, 因为 MDAS2 和 MDAS1 波面的差异必然会带来波群传播过程中内部结构的差异, 这些差异是否会带来其内部结构特征的显著变化还需要进一步研究。

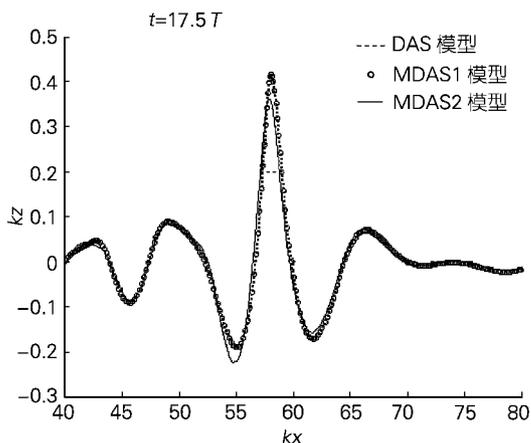


图 9 当 $kh = 4$, $kA_p = 0.122$ 时, $t = 17.5T$ 时刻瞬时波面图
Fig.9 Wave profile when $t = 17.5T$, and $kh = 4$

2.2 和实测资料的比较

仿照 DA 的工作, 我们用改进后的模型与 Hansen

和 Svendsen^[6]的实测数据进行比较。该实验为深水波传播至斜坡后的变浅过程, 其中深水中波高为 37.5 mm, 周期为 1.67 s, 斜坡坡度为 1:35, 该实验给出在此过程中波高对水深的曲线图。在我们的数值模拟中, 水深 $h = 300$ mm, 活塞振动周期 $T_0 = 1.67$ s, 造波板运动方式为

$$x_p = A_p \tanh(t/T_0) \cos(\omega_p t) \quad (49)$$

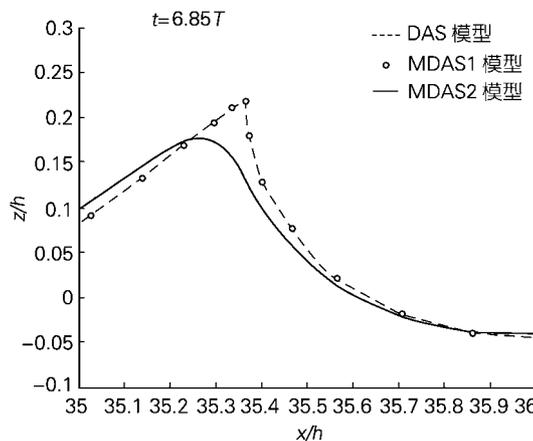


图 10 波浪变浅的数值模拟, $t = 6.85T$ 时刻的瞬时波面图
Fig.10 Simulation of wave shoaling. Wave profile when $t = 6.85T$

取 $A_p = 0.092 h$ 。根据线性理论得生成波的波长 $\lambda = 8.868h$ 。该水槽如图 1, 由平底段、斜坡段和消波段构成, 其中平底段水深 h , 长度 λ , 斜坡段坡度为 1:35, 斜坡末端水深 $h_{\min} = 0.21h$, 消波段长度为 λ 。在消波段中, 消波系数 ν 从 0 线性增大至 0.3。

图 10~11 分别为破碎前 $t = 6.85T$ 和 $6.87T$ 时刻波峰附近的波面图, 其中 x 和 z 被 h 无量纲化。MDAS1 和 DA 波面基本重合, 但在波面翻转后 (如图 11), MDAS1 的波峰比 DA 略低一些, 而破碎前 MDAS2 的波峰比 DA 低很多。

图 12 为波浪变浅过程中波高对水深的曲线图, 其中包括 Hansen 和 Svendsen^[6]的实测值, DA 模型的数值结果, 以及 MDAS1 和 MDAS2 的数值结果。三种数值结果都能够较好地刻画波浪变浅过程中波高随水深的变化。在波浪变浅初始阶段, 数值计算的波高比实测的波高小一些, 但在水深小于 80 mm 以后, DA 和 MDAS1 波高都比实测值大, 而 MDAS2 依然

比实测值小,同时 MDAS1 波高比 DA 波高略小一些。DA, MDAS1 和 MDAS2 与实测值的相关系数分别为 0.808 1, 0.824 3 和 0.850 1, 可见 MDAS1 和 MDAS2 改进了 DA 模型, 而且 MDAS2 更符合实际。

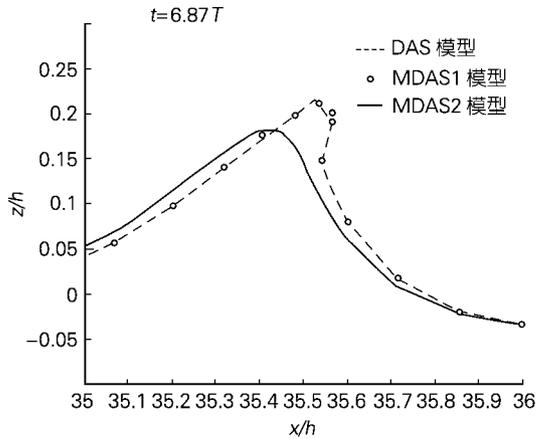


图 11 波浪变浅的数值模拟, $t = 6.87T$ 时刻的瞬时波面图

Fig.11 Simulation of wave shoaling. Wave profile when $t = 6.87T$

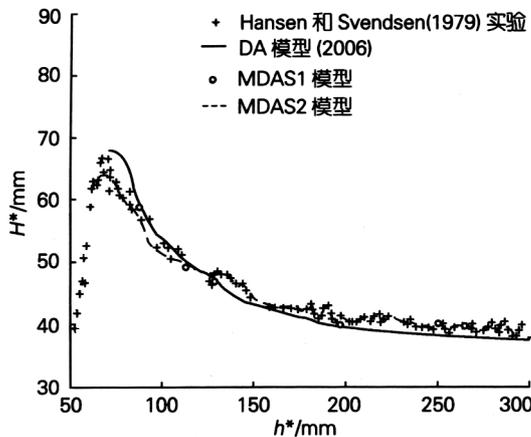


图 12 波浪变浅过程中波高 H^* 对水深 h^* 的曲线图

Fig.12 Wave height H^* versus water depth h^* with wave shoaling

参数: 深水波高 37.5 mm, 波周期 1.67 s, 斜坡坡度 1:35

Parameters: wave height at deep water 37.5 mm, wave period 1.67 s, bench slope 1:35

3 结论

对基于线性边界元方法的 DAS 模型, 首先修正

了模型中的某些积分的解析求解错误, 给出更加稳定的 MDAS1 模型。其次在自由表面采用三阶元进行改进, 建立线性元和三阶元的混合元模型, 称为 MDAS2 模型。利用修正的模型模拟平底上波群的生成与传播。研究表明: MDAS1 和 MDAS2 比原先的 DAS 更稳定; 在三种模型都有效的情形下, MDAS1 和 DAS 计算结果很接近, 而 MDAS2 和 DAS 计算结果有显著的变化。模拟波浪经过斜坡后的变浅过程并和实测结果进行比较, 结果表明 MDAS1 和 MDAS2 改进了 DA 模型, 而且 MDAS2 更符合实际。

参考文献:

- [1] Longuet-Higgins M S, Cokelet E D. The deformation of steep surface waves on water -I. A numerical method of computation[J]. *Proceeding of Royal Society of London*, 1976, A350: 1-26.
- [2] Grilli S T, Skourup J, Svendsen I A. An efficient boundary element method for nonlinear water waves[J]. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 1989, 6: 97-107.
- [3] Drimer N, Agnon Y. An improved low-order boundary element method for breaking surface waves[J]. *Wave Motion*, 2006, 43: 241-258.
- [4] Jansen P C M. A boundary element model for non-linear free surface phenomena[R]. Netherlands: Delft University of Technology, 1986.
- [5] New A L, McIver P, Peregrine D H. Computations of overturning waves[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1985, 150: 233-251.
- [6] Hansen J B, Svendsen I A. Regular waves in shoaling water experimental data[R]. Denmark: Institute of Hydrodynamics and Hydraulic Engineering Technology, University of Denmark, 1979.
- [7] Song J B, Banner M L. On determining the onset and strength of breaking for deep water waves. Part I: Unforced irrotational waves groups[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 2002, 32: 2 541-2 558.
- [8] Song J B, Banner M L. Influence of mean water depth and a subsurface sandbar on the onset and strength of wave breaking[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 2004, 32: 950-960.
- [9] Banner M L, Song J B. On determining the onset and strength of breaking deep water waves. Part II: Influence of

Improvement on a 2D numerical wave tank

HE Hai-lun^{1,2}, CHEN Li-qin³, SONG Jin-bao¹

(1. Institute of Oceanology, the Chinese Academy of Sciences, Qingdao 266071, China; 2. Graduate School, the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China ; 3. The 41st Institute of No.6 Academy, Huhhot, Inner Mongolia 010010,China)

Received: Nov., 15, 2005

Key words: numerical wave tank; boundary element method; wave group; fully nonlinear water waves

Abstract : A two dimensional numerical wave tank which was established by Drimer and Agnon, and modified by Segre (referred to as DAS model) was further improved. Firstly, we modified the error in the computations of the integrals in the DAS model and established the first modified model (referred as MDAS1 model), it made the model more stable. Secondly, we improved the model by using the cubic element in the free surface and established the second modified model (referred as MDAS2 model), it made the model's results more reasonable. Using the three models to simulate the generation and propagation of wave groups over the flat bottom in a wave tank, the results show that compared with the DAS model, MDAS1 changed the wave profiles a little while the MDAS2 changed obviously. Comparisons with the Hansen and Svendsen's experimental data show the validity of the two modified models.

(本文编辑 : 刘珊珊)