

海洋用 A3 钢阴极保护电场的三维有限元建模

孙虎元¹, 王在峰^{1, 2}, 孙立娟¹

(1 中国科学院 海洋研究所, 山东 青岛 266071; 2 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

摘要: 为了解介质中的 LAPLACE 方程, 根据有限元法能够预测复杂体系中阴极保护电化场分布的原理。使用 8 节点立方体和合适的形状函数对构筑物表层和周围场域进行了离散。通过对各单元的分析对整个求解区域的综合, 建立了三维的有限元数学模型, 根据此模型编写了相应的 C 语言程序。通过对模型的计算得出了电位电流密度分布图, 发现规律与经典电场原理相符合。

关键词: 有限元; 三维模型; 阴极保护; 电化场; Seidel 迭代

中图分类号: TG174.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-3096(2005)07-0050-05

对于复杂的实海受阴极保护体, 阴极保护电位的现场原位测量和监测比较困难, 使用有限元计算可以求出阴极保护体表层和周围场域中的电化场分布。有限元法在设计阴极保护体系和阴极保护监控方面已体现出了其巨大优点。Raymond, Fu, 邱枫等人^[1-6]都对限元法计算阴极保护电化场进行了研究, 作者也曾建立了二维的有限元模型进行了一些实例分析。但是以前的研究大都借助 NASTRAN, MARC 等力学、热学有限元程序来分析电化场; 由于计算复杂, 研究多以二维为主, 并且对阴极表面非线性边界条件的处理也不多见。作者建立了三维模型的有限元模型并对一个模拟实例进行了计算, 对非线性边界条件解决提出了一种新方法。

1 三维数学模型的建立

阴极保护电场中不考虑时间的变化影响, 设各向电导率为常数, 金属表面和介质中的电位分布可用 LAPLACE 方程和边界条件表示:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial E}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial Y}\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial Z}\right)^2 = 0 & \text{域内} \\ E = E_0 & \text{边界 } \Gamma_1 \\ \frac{\partial E}{\partial n} = \frac{i(E)}{\sigma} & \text{边界 } \Gamma_2 \end{cases}$$

E 为电位, σ 为腐蚀介质电导率, $i(E)$ 金属的极化曲线作边界条件, n 为边界内法线方向。用有限元法解上面偏微分方程需化成求其等价泛函的极小值:

收稿日期: 2005-03-21; 修回日期: 2005-05-18

作者简介: 孙虎元 (1970-), 男, 辽宁阜新人, 研究员, 博士, 主要从事海洋腐蚀监测研究, E-mail: sun@ms.qdio.ac.cn

$$f(E) = \iiint_V \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial E}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial Z} \right)^2 \right] dV$$

$$+ \iint_{S_2} \frac{i(E)}{\sigma} EdS$$

$$= \min$$

$$E = E_0$$

为求 $f(E)$ 的极小值, 将整个域划分成 M 个单元, n 个顶点, $f(E)$ 为多元函数要使其达到极小值

$$\text{需满足 } \sum_{l=1}^n \frac{\partial f^e(E)}{\partial E_l} = 0 (l = 1, 2, \dots, n)$$

在每个单元内构造如下插值函数:

$$E = \begin{bmatrix} N_i & N_j & \dots & N_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_i \\ E_j \\ \vdots \\ E_m \end{Bmatrix}$$

将泛函对 $(E_i \ E_j \ \dots \ E_m)$ 分别求导

$$\frac{\partial f^e(E)}{\partial E_i}$$

$$= \iiint_V \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \ \frac{\partial N_j}{\partial x} \ \dots \ \frac{\partial N_m}{\partial x} \right] \cdot \begin{Bmatrix} E_i \\ E_j \\ \vdots \\ E_m \end{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} dXdYdZ$$

$$+ \iiint_V \left[\frac{\partial N_i}{\partial Y} \ \frac{\partial N_j}{\partial Y} \ \dots \ \frac{\partial N_m}{\partial Y} \right] \cdot \begin{Bmatrix} E_i \\ E_j \\ \vdots \\ E_m \end{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial Y} dXdYdZ$$

$$+ \iiint_V \left[\frac{\partial N_i}{\partial Z} \ \frac{\partial N_j}{\partial Z} \ \dots \ \frac{\partial N_m}{\partial Z} \right] \cdot \begin{Bmatrix} E_i \\ E_j \\ \vdots \\ E_m \end{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial Z} dXdYdZ$$

$$\text{同理 } \frac{\partial f^e(E)}{\partial E_i} \dots \frac{\partial f^e(E)}{\partial E_m} \text{ 也可表示成上面的形}$$

式。

将各单元的分析结果扩展到整个区域, 根据多元函数求极值, 令总泛函对各点电位偏导为 0, 将各单元叠加则可得到总的方程组:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ K_{12} & K_{22} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{n1} & \dots & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \dots \\ E_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \dots \\ W_n \end{Bmatrix}$$

$$\text{泛函第二项 } \iint_{S_2} \frac{i(E)}{\sigma} EdS \text{ 一般服从 } i(E) = Ae^{BE}$$

的形式导致上面方程组为非线性方程组, 在用迭代法解此非线性方程组之前先假设 $i(E) = A + BE$ 的线性形式解出一组初值后再带入非线性方程组迭代求解, 大大提高了迭代效率^[7]。

2 实例分析

物理模型如图 1, 容器中为海水阴影一侧为 A3

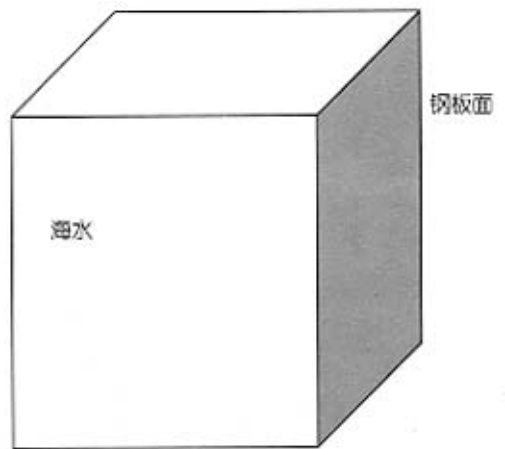


图 1 物理模型

Fig.1 Physical model

钢板, 非工作面用环氧树脂封装。计算用海水电导率为 0.040s/cm。将图 1 中的物理模型以图 2 所示的立体单元剖分, 图 3 为剖分得到的几何模型。用 C 语言编写程序, 程序设计流程图见图 4^[8]。

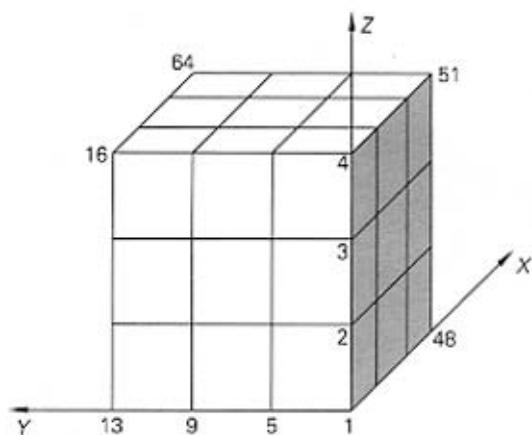


图2 有限元模型的立体单元
Fig.2 cubic unit for physical model

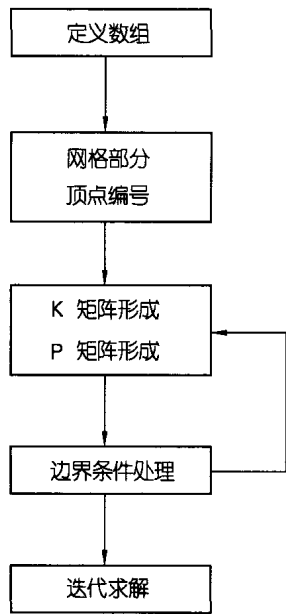


图3 有限元几何模型
Fig.3 geometry model for finite element

根据实验测得同种 A3 钢电极的极化曲线作为边界条件，并用前面介绍的先假设线性条件求迭代初值，后非线性迭代的方法求方程组的解。

3 数值实验结果分析

当第 64 点有一牺牲阳极时整个钢板电位分布如

图 5 所示，电位呈波浪式前进且前进过程中电位逐渐变负，每一个转折点代表下一个平面的开始。图 6 为钢板表面的等电位分布图，钢板表面离牺牲阳极越近等位线越密，电位也越负，这与事实相符。图 7 为金属表面的电流密度等值图，与牺牲阳极的垂直距离短的地方电流密度大。

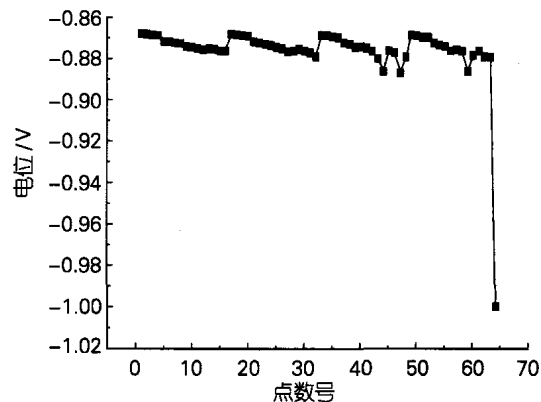


图4 程序设计流程图
Fig.4 flow chart for program

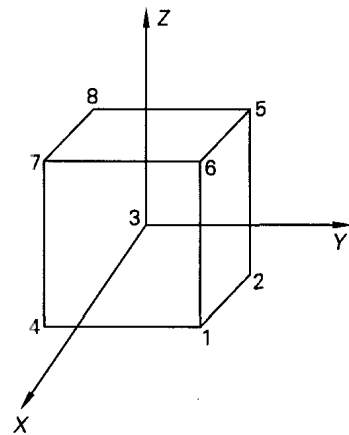


图5 场域内电位分布
Fig.5 potential distribution of all the field

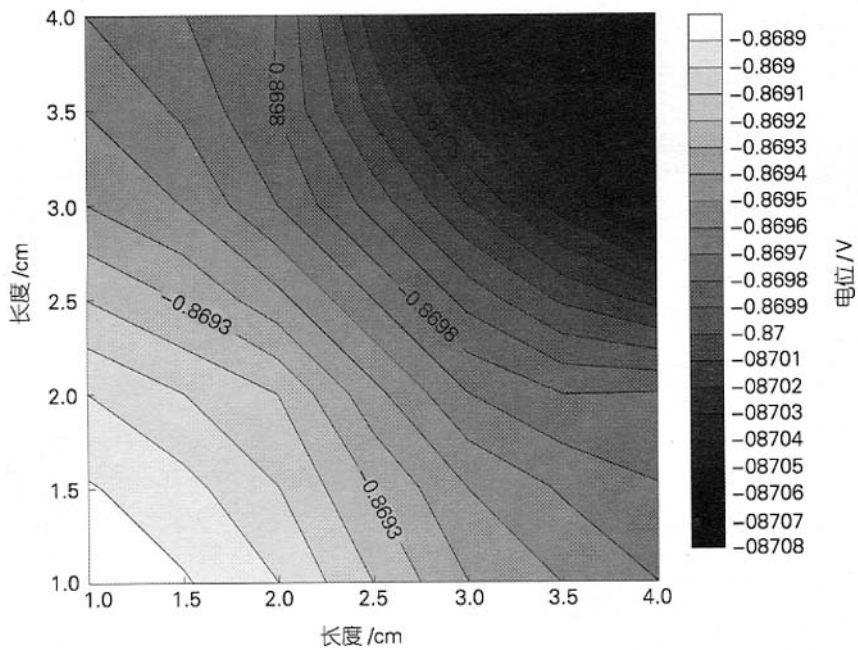


图 6 钢板表面电位分布等值图

Fig.6 potential distributions on the surface

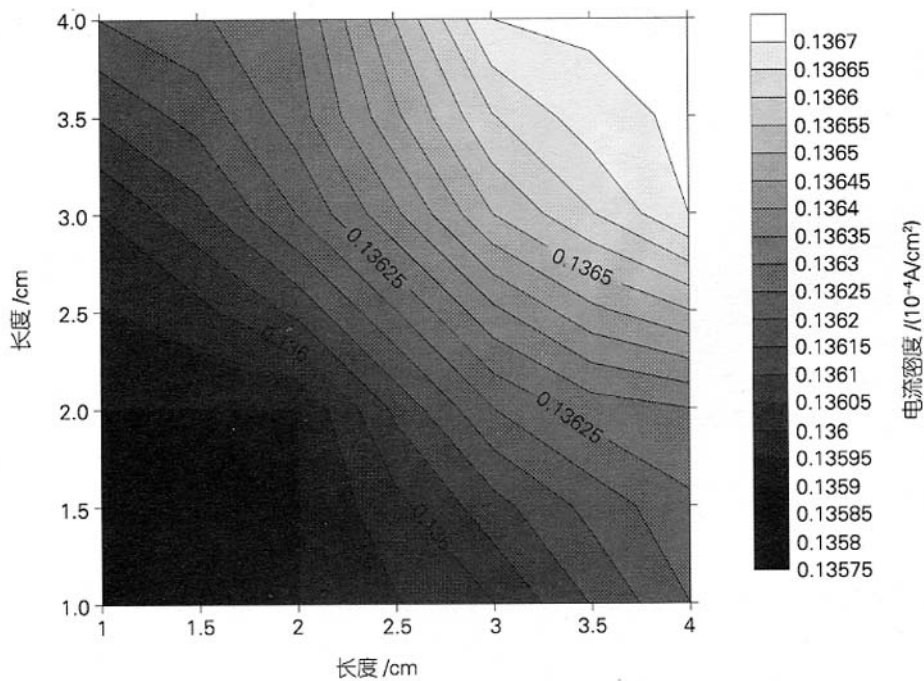


图 7 钢板表面电流密度等值图

Fig.7 current density distributions on the surface of steel plate

4 结论

成功的构建了 3-D 有限元模型, 限于篇幅算例中只计算了一支阳极的情况, 实际上对于任意阳极位置和数量、任意腐蚀介质和被保护体都可以进行计算。

参考文献:

- [1] 邱枫, 徐乃欣. 码头钢管桩阴极保护时的电位分布[J]. 中国腐蚀与防护学报, 1997, 17 (1): 12 - 18.
- [2] 邱枫, 徐乃欣. 用带状牺牲阳极对埋地钢管实施阴极保护时的电位和电流分布[J]. 中国腐蚀与防护学报, 1997, 17 (2): 106 - 110.
- [3] 邱枫, 徐乃欣. 钢质储罐底板外侧阴极保护时的电位分布[J]. 中国腐蚀与防护学报, 1996, 16 (1): 29 - 36.
- [4] Fu J W, Chow J S K. Cathodic protection designs using an integral equation numerical method[J]. **Materials Performance**, 1982, 21(10): 8 - 12.
- [5] Raymond S. Munn, A mathematical model for a galvanic anode cathodic protection system[J]. **materials Performance**, 1982, 21(8): 29 - 36.
- [6] Fu. J. W, Chan. S. K. Finite element determination of galvanic corrosion during chemical cleaning of steam generator[J]. **Materials Performance**, 1986, 25(3): 33 - 40.
- [7] 丁立娟. 数值计算方法[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1997. 185 - 203.
- [8] 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997. 240 - 241.

Simulation of 3 D electrical protection field of A3 steel in ocean

SUN Hu-yuan¹, WANG Zai-feng^{1,2}, SUN Li-juan¹

(1. Institute of Oceanology, the Chinese Academy of Sciences, Qingdao 266071, China; 2. Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Received: Mar., 21, 2005

Key words: finite element; 3-D model; catholic protection; electrochemical field; Seidel iterative method

Abstract: Finite element technique was applied to predict the distribution of CP electrochemical field in a complicated system. To solve LAPLACE equation, 8-nod cubic unit and appropriate function were applied to discrete the structure surface and its environment. After analysing each unit and the whole area, a 3-D finite element model and a corresponding c language program were constructed. The potential and iso-current density distributions were obtained. The results agreed with classical electric principles.

(本文编辑: 刘珊珊)