第10卷第2期
1986年3月

海 洋 科 学
MARINE SCIENCES

Vol. 10, №2
Mar., 1986

实用调和分析中的最佳调和分量数

孙 琪 田
（大连760试验场）

一、前 言

从理论上讲，当给定任何一个周期为2π的函数f(t)，只要它能满足狄里赫莱条件[1]，则均可分解为一个平均值和许多个成谐波关系的正弦成份，其中组成f(t)的每个正弦型量称为函数f(t)的调和分量。实用调和分析的主要目的就是为探求各调和分量的量值及它们间的相互关系，并通过谱分析（振幅谱与位相谱）找出在不同个观测数据的情况下，应取前多少个调和分量进行迭加拟合，才能达到最佳分析结果。鉴于这一目的，本文借助于PC-1500袖珍计算机对海水温度作了调和分析试验，发现选取调和分量数为观测数的1/2时，结果最佳。

二、试验计算

计算原理及其公式在文献〔2〕中已作过介绍；这里只稍有差异的是，富氏级数展开不是表现为无穷个谐波的迭加，而是由有限个谐波的正弦成份所组成，调和系数不是以积分形式给出，而是以级数形式给出，即

$$f(t)=\overline{T}+\sum_{i=1}[a_i\cos(i\omega t)+b_i\sin(i\omega t)]=\overline{T}+\sum_{i=1}^{N}A_i\sin(i\omega t+\varphi_i)$$

$$a_i=\frac{2}{N}\sum_{t=0}^{N-1}y_t\cos(i\omega t)$$

$$b_i=\frac{2}{N}\sum_{t=0}^{N-1}y_t\sin(i\omega t)$$

f(t)为用富氏级数所表示的温度随时间的变化值；$\overline{T}$为进行调和分析时所用水温观测量值的平均值；N为进行调和分析时所取观测数据的总数；t为表示时间；i为进行调和分析时所取调和分量数；a_i，b_i为富氏系数；A_i，φ_i为调和常数，分别表示振幅与位相；y_t为参加调和分析的原始观测值，当t从0→N-1时，所取原始观测值为：y_0，y_1，y_2，…，y_{N-1}。

由此出发来寻求最佳调和分量数时，我们反复在PC-1500机上进行了用不同数量的观测数据、取不同个调和分量数时的回返计算结果同观测值之间的比较试验。通过大量试验计算，发现这样一个规律，即在进行调和分析时，当选取的调和分量数等于N/2时，一系列的计算结果跟观测结果之差，均呈现一绝对值近乎相等的正、负（或负、正）相间的常量值；当调和分量数取其它个数时，这种差既不是常量也不正好是正、负（或负、正）相间而出现。

这一试验的计算结果列于下表。

该站1980年表层水温年变化的调和分析在全年为12个观测数据时，我们取其同等数量的调和分量数的振幅谱线作图（见图1）；全年为其它数量的观测数时，我们所取调和分量数是观测数N的1/2情况下的振幅谱线作图（见图2）。

表 老虎滩海洋站1980年表层水温全年取不同观测数N及不同调和分量数i时的计算值与观测值的比较表

Table. comparison of computation value with observation data by using different observation number N and harmonic component i for the sea-surface temperature at Laohutan oceanographic station in the whole year, 1980.

全年观测数	选取的调和分量数(i) / 观测值与计算值之差(℃)	3	6	12	18	24	36
12(每月一次)	平均差	-0.23; 0.24		-21.33			
	恒量差		-0.13; 0.14				
	最大差	-0.43; 0.42		-31.75			
36(每月三次)	平均差	-0.45; 0.29	-0.31; 0.28	-0.10; 0.12		-0.12; 0.11	
	恒量差				-0.05; 0.06		
	最大差	-0.96; 0.88	-0.79; 0.68	-0.43; 0.40		-0.42; 0.52	
72(每月六次)	平均差	-0.44; 0.38	-0.38; 0.37	-0.27; 0.22	-0.24; 0.21	-0.18; 0.16	
	恒量差						-0.01; 0.02
	最大差	-1.50; 1.19	-1.30; 1.04	-0.75; 0.64	-0.71; 0.51	-0.36; 0.44	

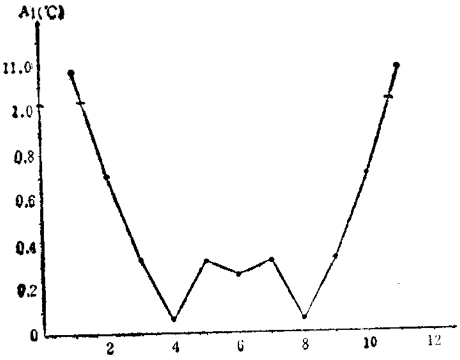

图1 老虎滩海洋站1980年表层水温全年共用12个观测数进行实用调和分析时，取前12个调和分量的振幅谱线分布

Fig.1 The distribution of amplitude spectrum obtained by using 12 numbers of observation, while taking the first twelve harmonic components in processing practical harmonic analysis for the sea-surface temperature at Laohutan oceanographic station in the whole year, 1980.

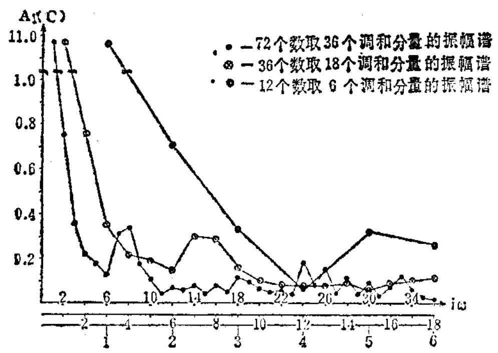

图2 老虎滩海洋站1980年表层水温全年分别用12、36、72个观测数进行实用调和分析时，取N/2个调和分量数的振幅谱线分布

Fig.2 The distributions of amplitude spectrum obtained by using 12, 36, 72 numbers of observation respectively, while taking N/2 harmonic components in processing practical harmonic analysis for the sea-surface temperature at Laohutan oceanographic station in the whole year, 1980.

三、结　　语

通过计算与图表分析，初步结论如下：

1．当我们取有限个观测数据N（一定要偶数）进行实用调和分析时，选取的调和分量数（亦即要计算的调和常数数）不是越多越好，而以算取到N/2个时为最佳。我们姑且就把N/2这个数称之为实用调和分析中的最佳调和分量数。这时，一系列的观测值与相应的计算值之差，分别呈现为一正、负恒量值，且这一正、负恒量值比在同一观测序列中取任何其它个数的调和分量数算得的值跟观测值之差的平均数都小（见上表）。由此能够认为，今后在作实用调和分析时，富氏级数展开式的最佳形式可写为：

$$f(t)=\overline{T}+\sum_{i=1}^{N/2}[a_i\cos(i\omega t)+b_i\sin(i\omega t)]=\overline{T}+\sum_{i=1}^{N/2}A_i\sin(i\omega t+\varphi_i)$$

2．从图1，2知，当$i\leqslant N/2$（或$i\omega\leqslant\pi$）时，振幅谱总的变化趋势是随着i的增加振幅在迅速减小；当$i>N/2$时，振幅却随着所取调和分量数的增加而加大；一般说来，在$i=N/2$处振幅最小。振幅谱的这种变化是以$i=N/2$处为中心，在一个周期内显现对称状态的。由此（并结合表）亦可看出，在调和分析时，当：（1）$i<N/2$时，分析结果随i的增大，其精度就越高；（2）$i=N/2$时，分析结果，其精度达到最佳；（3）$i>N/2$时，分析结果随i的增大，其精度就越来越差；（4）当$i\geqslant N$时，误差甚至达到荒谬的地步(见表中N为12，i也为12的情况）。

3．从上表和图2也明显可见，在进行调和分析（均指取最佳调和分量数的情况）时，所取观测数N越多，分析结果就越精确。

参 考 文 献

〔1〕郑均著，1979。线性系统分析。科学出版社，130—132。

〔2〕孙琪田等，1985。海水温度变化的实用调和分析。海洋通报，4(2)：61—63。

THE OPTIMUM NUMBERS OF THE HARMONIC COMPONENTS IN PRACTICAL HARMONIC ANALYSIS

Sun Qitian

(*Testing Groung 760, Dalian*)

Abstract

In order to find an optimum result in the practical harmonic analysis, we have made a great deal of test-calculation with the use of PC-1500 computer by taking different numbers of the harmonic components for the sea-water temperature. It turns out that the optimum analysis result was attained when selected numbers of the harmonic components are $\frac{1}{2}$ of observation number N. Hence, when we make the practical harmonic analysis in future, it is desirable that the optimum form of Fourier series expansion be selected as follows

$$f(t)=\overline{T}+\sum_{i=1}^{N/2}[a_i\cos(i\omega t)+b_i\sin(i\omega t)]=\overline{T}+\sum_{i=1}^{N/2}A_i\sin(i\omega t+\varphi_i)$$

where

$f(t)$=the temperature with the variance of time, which is represented by Fourier series; $\overline{T}$=mean temperature; t=time; i=number of harmonic component; a_i, b_i=Fourier coefficient; A_i, φ_i=the harmonic constant representing amplitude and phase respectively.