## 海底管线表面压力分布的理论分析

#### 任兴月, 拾 兵, 韩 艳, 杨立鹏

(中国海洋大学 工程学院,山东 青岛, 266100)

摘要: 为了获取海底管线表面压力变化特征,基于固体边界层基本方程,利用摄动方法推导了管线表面压力分布解析式,并利用物理模型试验数据对理论公式进行了检验。经对公式系数做出适当调整, 压力系数的计算公式能反映出边界层分离点前后的分布规律。

关键词:边界层;基本方程;摄动方法;压力分布;海底管线 中图分类号:O357.4 文献标识码:A 文章编号:1000-3096(2010)02-0015-04

海底管线所处的海洋动力环境非常恶劣,为了 保护管线不被海流冲刷破坏,管线经常利用机械设 施掩埋到海床表面下一定的深度。即使在管线施工 期内,也会由于波浪和海流对海床的冲蚀,埋设的 管线会不可避免地裸露出来,并出现较大跨度的悬 空段。悬空管线在海流作用下不断产生涡激震动,并 导致疲劳破坏,势必造成重大的经济损失与环境污 染。海底管线悬空后的涡激震动是流体绕流引起的, 是流体动能与压力势能转换与耗散的表现形式。

当流体接近位于管线前缘时,流体因受阻滞而 压力增加,这一增高的压力使围绕管线表面的边界 层沿两侧向下游方向发展,当 *R*。数足够高时,这一 压力并不足以使边界层扩展到管线背后末端,而是 在管线断面宽度最大点附近产生分离,分离点即沿 管线表面速度由正到负的转变点或零点。在分离点 以后沿管线表面将发生回流,边界层在分离点脱离 管线表面并形成向下游延展的自由剪切层,两侧的 剪切层之间即为尾流区。在剪切层范围内,由于接近 自由流区的外侧部分,流速大于内侧部分,所以流 体便发生旋转并分散成若干个漩涡,形成管线尾部 的"涡街"。因为流体涡旋消耗一部分能量,使管线 压强分布不对称,产生压差,这是管线产生不为零 合力的主要动力因素。

海底管线周边流场属于圆柱绕流问题,均匀流 流过二维圆柱是一个经典的流体力学问题。对于理 想流体,均匀流流过圆柱的壁面压力分布问题可以 由伯努利方程直接得出<sup>[1]</sup>,

$$p = p_{\infty} + \frac{\rho}{2} U_{\infty}^2 (1 - 4\sin^2 \theta) \tag{1}$$

式中,  $p_{\infty}$ ,  $U_{\infty}$ 分别为来流压强和流速;  $\theta$ 是离开驻 点的角度。

若用柱坐标来表示, 可以得出压力系数:

$$C_{\rm p} = 1 - 4\sin^2\theta \tag{2}$$

从(2)式可以看出, *C*<sub>p</sub> 沿着管线表面是周期变化 的, 且沿着柱体表面是对称分布, 最低点为管线的 最高点, 即角度为 90°, 如图 1 所示。对于实际流体, 由于黏性的作用, 压力分布和理想情况有很大的偏 差, 迎流面的压力系数自驻点至边界层分离点逐渐 减小, 然后开始回升, 并呈现出背面压力系数小于 迎流面的数值的规律。图 1 显示出雷诺数不同时压 力系数的分布曲线<sup>[1]</sup>。



图 1 柱体表面压力系数分布



收稿日期: 2009-01-15; 修回日期: 2009-12-08

作者简介: 任兴月(1983-), 男, 山东德州人, 硕士研究生, 主要从事海 岸动力学研究; 拾兵, 通信作者, 教授, 博士生导师, 主要从事河流、 河口与海岸动力学研究, E-mail: sediment@ouc.edu.cn

基金项目:国家高技术研究发展计划项目(863 计划)(2008AAO9Z309); 国家自然科学基金资助项目(50879084)

边界层理论的提出给出了大雷诺数情况下 N-S 方程的近似解,作者试验发现:现有的管线表面压 力分布与实际存在差异,无法用于管线的动力环境 分析,因此,基于简化的 N-S 方程,并利用摄动方法, 本文试图导出管线上的压力分布公式。

### 1 管线表面压强分布的推导式

均匀流动绕过半径为 $R_0$ 的圆柱,曲面坐标下 (图 2)的边界层绕流的基本方程为:

$$\frac{\partial}{\partial x} (Ru) + \frac{\partial}{\partial y} (Rv) = 0$$
 (3)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$
(4)

式中, *u*, *v* 分别表示 *x*, *y* 方向的流速; *p* 为压强; *v* 为运动黏性系数; *R* 为点到对称面的距离。

在管线表面(v=0), u=0, v=0, 方程(4)可变为

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = v\frac{\partial^2 u}{\partial v^2} \tag{5}$$

所以求柱体表面的压力分布问题就转化为求解 *u* 沿*y* 方向的速度分布问题。布拉休斯首先研究了流 体流向与柱体轴线垂直时,绕过柱体的层流边界层 问题,认为边界层内部流速的分布是一个 *x* 的幂级 数,级数各项系数则是 *y* 坐标的函数。

引进流函数:

$$\psi = \sqrt{\frac{\nu}{a_1}} \{a_1 x f_1(\eta) + 4a_3 x^3 f_3(\eta) + 6a_5 x^5 f_5(\eta) + \dots\}$$
(6)

式中无量纲变量  $\eta = y \sqrt{\frac{a_1}{v}}$  用来代替 y坐标,

$$a_1 = \frac{2U_{\infty}}{R_0}, \quad a_3 = -\frac{U_{\infty}}{3R_0^3}, \quad a_5 = \frac{2U_{\infty}}{5!R_0^5},$$

于是速度分量:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \sqrt{\frac{\nu}{a_1}} \{a_1 x \frac{\partial f_1}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} + 4a_3 x^3 \frac{\partial f_3}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} + 6a_5 x^5 \frac{\partial f_5}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \cdots\} = a_1 x f_1^{'} + 4a_3 x^3 f_3^{'} + 6a_5 x^5 f_5^{'} + \cdots$$
(7)

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\sqrt{\frac{\partial}{a_1}} \{a_1 f_1 + 12a_3 x^2 f_3 + 30a_5 x^4 f_5 + \cdots\}$$
(8)

并可得到 $\frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ , 代入边界层运动方程可得 到由 *x*, *x*<sup>3</sup>组成的方程式, 比较 *x* 同次幂项的系数, 可 以得到一系列常微分方程。

对于 x:

$$f_1' - f_1 f_1'' = 1 + f_1'''$$
 (9)  
 $\forall \exists \pm x^3$ :

$$4f_{1}'f_{3}' - f_{1}f_{3}'' - 3f_{1}''f_{3} = 1 + f_{3}'''$$
(10)

 $\eta=0$ 时,  $f_1 = f_1' = 0, f_3 = f_3' = 0, \cdots$ 代入(7), (8)的  $f_1^{'''} = -1, f_3^{'''} = -1_{\circ}$ 

取公式(7)代入公式(5),

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \upsilon \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = a_1^2 x f_1^{""} + 4a_3 a_1 x^3 f_3^{""} + \cdots$$

积分得到:

$$\frac{p}{\rho} = C - \frac{1}{2}a_1^2 x^2 - a_3 a_1 x^4 \cdots,$$
  
代入  $a_1, a_3, \dots$ 的值, 则  
$$p(x) = \rho C - 2\rho U_{\infty}^2 (\frac{x}{R_0})^2 + \frac{2\rho U_{\infty}^2}{3} (\frac{x}{R_0})^4$$

式中,  $R_0$  为半径;  $U_{\infty}$  为无穷远处未受干扰的流速; x=0 时,  $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ , 压强为常数。由伯努利方程可得:  $\rho C = \frac{1}{2}\rho u_{\infty}^2$ , 代入上式,  $p(x) = \frac{1}{2}\rho u_{\pi}^2 - 2\rho U_{\pi}^2 (\frac{x}{2})^2 + \frac{2\rho U_{\infty}^2}{2} (\frac{x}{2})^4$  (11)

$$p(x) = \frac{1}{2}\rho u_{\infty}^{2} - 2\rho U_{\infty}^{2} (\frac{x}{R_{0}})^{2} + \frac{2\rho U_{\infty}}{3} (\frac{x}{R_{0}})^{4}$$
(11)

将压强化为无量纲的压力系数定义为:

$$C_{\rm p}(x) = \frac{p}{(1/2)\rho u_{\infty}^2} = 1 - 4\left(\frac{x}{R_0}\right)^2 + \frac{4}{3}\left(\frac{x}{R_0}\right)^4 \qquad (12)$$

因柱体下游形成较宽的尾流,从而影响势流场, 以致边界层外缘的势流方程和实际流速分布不相符, 故本公式仅适于边界层分离点之前的范围。在方程 的求解过程中,因尾流段没有相应的边界条件可以 代入方程以约束解析解,此公式若用于尾流范围, 应做相应的修正。





海洋科学 / 2010 年 / 第 34 卷 / 第 2 期

2 水平管线压力分布试验资料分析

在水槽内模拟了管线的动力场,并由表面均匀 布置的 12 个压力传感器测得了压力分布,如图 3 所 示,试验水流的雷诺数为  $24\ 000\ (R_e = \frac{\nu D}{D})$ 。



图 3 表面压力传感器布置图

Fig. 3 Layout of pressure sensors along the suface of pipeline

在公式求导过程中,由于没有代入尾流部分的 边界条件来约束解析解,所以解析解越接近尾流部 分越偏离试验值。如图4所示,将公式(12)计算所得 的值和试验测量值比对后发现,在管线迎流面,管 线理论值可以代替试验值,边界层脱离以后,管线 表面上的压力变化很小,但是理论分析解成级数增 长,越靠近尾流段理论值越失真。所以必须对求取的 理论公式进行修正。



图 4 理论值和试验值对比

Fig. 4 Comparison between the calculation data and the experimental data

将公式(12)每个级数项前面都乘以相同幂的系 数 $\delta$ , $\delta$ 为小于1的参数,由试验数据确定,经与试验 数据比对后发现 $\delta$ 为 0.9 的时候(图 5),理论值和试 验值完全吻合,即公式(12)修正为(13)式。



图 5 计算公式系数调整后的曲线

#### Fig. 5 Configuration of the calculation data afer adjustment

#### 3 解析解的深入研究

由图 4、图 5 可知, 管线在 *x* / *R* 为  $\frac{\pi}{2}$  以后开 始出现偏差, 也就是边界层的分离点附近发生分离。 在理想条件下, 压力和流场分布是关于管线竖向轴 线对称的。实际中由于涡旋消耗了一部分能量, 尾流 部分的压力不同于管线迎流面对应的压力。由此可 以假设, 在尾流段的压力分布具有迎流面压力分布 相同的级数形式, 只是在尾流段的压力较理想情况 有所削减。假定:

$$C_{\rm p}(x) = \frac{p}{(1/2)\rho u_{\infty}^2} = m + 4\mu^2 \left(\pi - \frac{x}{R_0}\right)^2 - \frac{4}{3}\mu^4 \left(\pi - \frac{x}{R_0}\right)^4 (14)$$

式中 µ 为修正参数,对各项进行小参数修正,小参数的值由试验数据得出。m 为最远点的压力系数, 图 6 给出了 µ 取 0.38 得到的修正曲线。由图可以 看出,在边界层分离点附近有一段不连续的区域, 公式(12)和(13)均不适合,此为本文尚需进一步研 究的问题。

当流体流过圆柱时,会因为雷诺数的不同,压 力分布在分离点之后,变化明显。本文所推导公式基 于雷诺数为 24 000 的实验数据,公式中参数数值和 雷诺数有一定的关系,需要进一步研究。





Fig. 6 Comparison between the calculation data after adjustment and the experimental data

#### 4 结论

基于流速的级数分布假设,利用摄动方法求解 基本方程,得到了边界层分离点前近壁压力分布关 系式(12),并对尾流部分的压力分布运用试验结果 进行了参数修正,得出了尾流段的分布公式(13)。可 以看出,管线表面的压力分布是可以用一个级数表 达式的形式来近似表示的。在边界层分离点附近有 一段不连续的区域,公式(12)和(13)均不适合,应做 进一步研究。

参考文献:

- [1] 章梓雄,董曾南.粘性流体力学[M].北京:清华大 学出版社,1998.56-150.
- [2] 王国兴. 海底管线管跨结构涡致耦合震动的数值模 拟与试验研究[D]. 青岛: 中国海洋大学, 2006.
- [3] 荆晓冬. 海底管线周边流场及压力场分布特征的试验研究[D]. 青岛: 中国海洋大学, 2007.
- [4] Cheng Liang, Chew L W. Modelling of flow around a near-bed pipeline with a spoiler[J]. Ocean Engineering, 2003, 30: 1595-1611.

# A thoretical analysis of pressure distribution along the surface of submarine pipeline

### REN Xing-yue, SHI Bing, HAN Yan, YANG Li-peng

(School of Engineering, Ocean University of China, Qingdao 266100, China)

Received: Jan. ,15, 2009

Key words: boundary layer; basic equation; perturbation method; pressure distribution; submarine pipeline

**Abstract:** A theoretical analysis of pressure distribution along the surface of submarine pipeline was made in this paper. Based on basic equations of boundary layer, a perturbation method was used to deduce an analytic formula of pressure distribution along the surface of submarine pipeline. Experimental data were used to verify the analytic formula and the calculation formula of pressure coefficient along the surface of submarine pipeline can reflect the pressure distribution before and after the separation point of boundary layer through comparative analysis and suitable adjustment of the coefficient in the calculation formula.

(本文编辑: 刘珊珊)