

天然河道非恒定流数学模型原理及应用

黄 勇, 拾 兵, 朱玉伟, 焦志洋

(中国海洋大学 工程学院, 山东 青岛 266071)

摘要: 利用 Preissmann 四点带权隐式差分技术, 建立了天然河道非恒定流数值计算模型, 并对计算中所涉及的一些关键技术问题进行了较为详细的阐述。由黄河下游 282 km 河段, 历时 130 d 的数值模拟结果显示, 计算流量过程线与沿途水文站实测值吻合良好, 进而说明本模型能够用于天然河道洪水演变计算。

关键词: 天然河道; 非恒定流; Preissmann 格式; 数值模拟; 洪水预测

中图分类号: TV131.4; TV133.04; TV133.2 文献标识码: A 文章编号: 1000-3096(2004)07-0004-03

黄河自山东东明县进入山东境内, 呈北偏东流向, 经 9 市 25 个县(市、区), 从山东垦利县注入渤海, 在山东境内全长 628 km。由于历史原因, 黄河下游滩区至今仍居住着 180 万人。为维持生计, 滩区群众自发筑起了生产堤, 用以约束主槽水流。在生产堤的约束作用下, 虽然中小洪水漫滩的几率相对减少, 但却致使上游来沙大量淤积在生产堤以内的主河槽, 结果导致床面逐年抬升, 慢慢形成了“二级悬河”。随着主槽的不断淤积抬升, 生产堤的危害性也越发暴露出来。由于黄河滩区是河道的重要组成部分, 更是洪水下泄的重要通道, 所以, 一般情况下大洪水时全部或大部分滩区就会发生漫滩, 中等洪水时部分滩区也会发生漫滩。2003 年 8 月 25 日以来, 黄河中下游出现了持续性强降雨天气, 黄河及泾、渭、伊、洛、沁河各支流连续出现大洪水, 黄河山东段的水位持续上涨, 洪水所经沿途各站均达到或超过警戒水位。黄河山东段漫滩假水堤段长达 51.58 km, 其中, 仅东明县就有 25.65 km 假水堤段, 假水深度 1~4m。黄河下游大堤长时间洪水假堤, 部分大堤假水时间已达 26 d。在洪水的长时间浸泡下, 黄河大堤背河堤脚和地面出现了多处渗水险情。东明县黄河滚河防护工程 46 道坝和部分堤坡出现了风浪淘刷险情, 直接导致滩区 15.5 万群众受灾。为实时模拟中上游洪水对下游及河口区的影响, 预

测沿程各断面水情, 为决策部门提供科学数据, 作者建立了天然河道长河段、长历时的水流过程模拟计算模型。

1 水流控制方程

为模拟长河段沿程水流变化过程, 水流控制方程采用如下形式^[1-3]:

水流连续方程

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + B \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

水流运动方程

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \left[gA - B \left(\frac{Q}{A} \right)^2 \right] \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{2Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} \Big|_{\xi} - \frac{gQ |Q|}{C^2 RA} \quad (2)$$

收稿日期: 2003-12-11; 修回日期: 2004-04-28

基金项目: 教育部科学技术研究重点项目(2003-58); 四川大学高速水利重点实验室开放基金

作者简介: 黄勇(1979-), 男, 山东青岛人, 中国海洋大学在读硕士研究生, 主要从事河流动力学研究, 电话: 0532-5875524, 13864228587, E-mail: huang17@china.com.cn

式中, B 为河宽; A 为过水断面面积; ξ 为水位; Q 为断面平均流量; g 为重力加速度; C 为谢才系数; R 为水力半径; $\left. \frac{\partial A}{\partial x} \right|_{\xi}$ 为水位不变时过水断面面积的沿程变化率。

2 差分方程

利用 Preissmann 格式对水流运动控制方程进行离散。在如图 1 所示的计算网格中, 其插商形式为:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{2\Delta t} [f_{i+1}^{n+1} + f_i^{n+1} - f_{i+1}^n - f_i^n] \quad (3)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \theta \frac{f_{i+1}^{n+1} - f_i^{n+1}}{\Delta x_i} + (1-\theta) \frac{f_{i+1}^n - f_i^n}{\Delta x_i} \quad (4)$$

$$f_m = \frac{\theta}{2} (f_{i+1}^{n+1} + f_i^{n+1}) + \frac{1-\theta}{2} (f_{i+1}^n + f_i^n) \quad (5)$$

式中, θ 为权重系数, $0 \leq \theta \leq 1$ 。

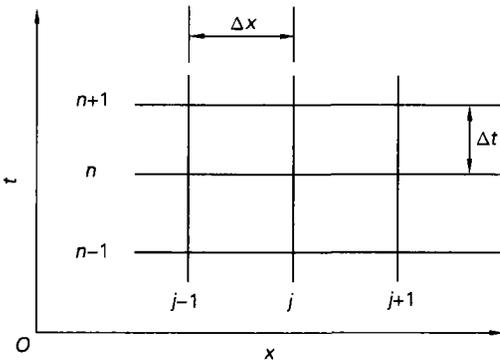


图 1 Preissmann 离散格式网格示意图

Fig. 1 Illustration for Preissmann implicit scheme

将上面的差分格式代入水流连续方程(1)及水流运动方程(2), 经过线性化处理, 可得到水流连续方程和运动方程的差分方程:

$$a_{11}\xi_i^{n+1} + a_{12}Q_i^{n+1} + b_{11}\xi_{i+1}^n + b_{12}Q_{i+1}^n = c_1 \quad (6)$$

$$a_{21}\xi_i^{n+1} + a_{22}Q_i^{n+1} + b_{21}\xi_{i+1}^n + b_{22}Q_{i+1}^n = c_2 \quad (7)$$

写成矩阵形式为:

$$A_i X_i + B_i X_{i+1} = C_i \quad (8)$$

$$\text{式中: } A_i = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, B_i = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix},$$

$$C_i = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}, X_i = \begin{bmatrix} \xi_i^{n+1} \\ Q_i^{n+1} \end{bmatrix}, \text{系数 } a_{ij}, b_{ij}, c_i (i = j = 1,$$

2) 均可以由 n 时层的水位和流量的已知值得, 其中:

$$a_{11} = 1, a_{12} = -\frac{2\Delta t\theta}{B_m\Delta x_i}, b_{11} = 1, b_{12} = \frac{2\Delta t\theta}{B_m\Delta x_i},$$

$$a_{21} = -\frac{2\Delta t\theta}{\Delta x_i} \left[gA_m - \frac{B_m Q_m^2}{A_m^2} \right],$$

$$a_{22} = 1 - \frac{4\Delta t Q_m \theta}{A_m \Delta x_i},$$

$$b_{21} = \frac{2\Delta t\theta}{\Delta x_i} \left[gA_m - \frac{B_m Q_m^2}{A_m^2} \right], b_{22} = 1 + \frac{4\Delta t Q_m \theta}{A_m \Delta x_i},$$

$$c_1 = \xi_{i+1}^n + \xi_i^n - \frac{2\Delta t(1-\theta)}{B_m\Delta x_i} [Q_{i+1}^n - Q_i^n],$$

$$c_2 = \left[1 - \frac{4\Delta t Q_m}{A_m \Delta x_i} (1-\theta) \right] Q_{i+1}^n + \left[1 + \frac{4\Delta t Q_m}{A_m \Delta x_i} (1-\theta) \right] Q_i^n - \frac{2\Delta t(1-\theta)}{\Delta x_i}$$

$$\left[gA_m - B_m \frac{Q_m^2}{A_m^2} \right] (\xi_{i+1}^n - \xi_i^n) + \left(\frac{Q_m}{A_m} \right)^2 2\Delta t \left[\left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{\xi} \right]_m - \frac{2\Delta t g Q_m \left| \frac{\partial Q_m}{\partial x} \right|}{(R \frac{4}{3} A_m) / n^2}$$

式中, n 为糙率, C 为谢才系数, R 为水力半径。

3 追赶法求解水流运动差分方程

为了求解上述线性方程组, 假设下面的线性关系式成立:

$$Q_i = E_i \xi_i + F_i \quad (9)$$

将(9)式代入方程组(6), (7)得

$$\begin{cases} a_{11}\xi_{i+1} + a_{12}Q_{i+1} + (b_{11} + b_{12}E_i)\xi_i + b_{12}F_i = c_1 \\ a_{21}\xi_{i+1} + a_{22}Q_{i+1} + (b_{21} + b_{22}E_i)\xi_i + b_{22}F_i = c_2 \end{cases} \quad (10)$$

由离散方程组(10)可以得到关于 ξ_i 的表达式:

$$\xi_i = H_i \xi_{i+1} + K_i Q_{i+1} + M_i \quad (11)$$

$$H_i = -a_{11}/L_1, K_i = -a_{12}/L_1,$$

$$M_i = (c_1 - b_{12}F_i)/L_1, L_1 = b_{11} + b_{12}E_i$$

再从方程组(10)中消去 ξ_i , 则可得到

$$Q_{i+1} = E_{i+1}\xi_{i+1} + F_{i+1} \quad (12)$$

$$E_{i+1} = \frac{-(a_{11}L_2 - a_{21}L_1)}{(a_{12}L_2 - a_{22}L_1)} \quad (13)$$

$$F_{i+1} = \frac{[(c_1 L_2 - c_2 L_2) + (b_{22}L_1 - b_{12}L_2)F_i]}{a_{12}L_2 - a_{22}L_1} \quad (14)$$

式中, $L_1 = b_{11} + b_{12}E_i, L_2 = b_{21} + b_{22}E_i, \circ$

式(13), (14)是关于 E_i 与 E_{i+1} 及 F_i 与 F_{i+1} 的

循环系数递推公式,式(11), (12)是关于水位 ξ 及流量 Q 的递推公式。

上游边界(已知流量过程 $Q = Q(t)$):

由 $Q_1 = E_1 \xi_1 + F_1$, 则得 $E_1 = 0, F_1 = Q_1(t)$

下游边界(已知水位过程 $\xi = \xi(t)$): $\xi_l = \xi_l(t)$

4 模型验证与应用

为检验模型计算结果的可靠性与准确性,将黄河下游艾山站水文断面至利津站水文断面,全长 282 km 的河段作为模拟河段,进行数值模拟计算。

相关河段宽度 400~2 000 m。其中,上游边界取自艾山水文站流量过程观测数据;下边界取利津水文站水位过程观测数据,将处于中间断面的洛口水文站流量观测资料作为验证资料^[4]。计算时段为某年 10 月 22 日至翌年 2 月 28 日,历时 130 d。

图2给出了洛口水文站实测流量资料与模型计算值的比较。从图中可以看出模型计算出的流量过程线与水文站的实测资料吻合较好,说明该计算模型基本实现了对所研究河段水流变化过程的精细模拟。

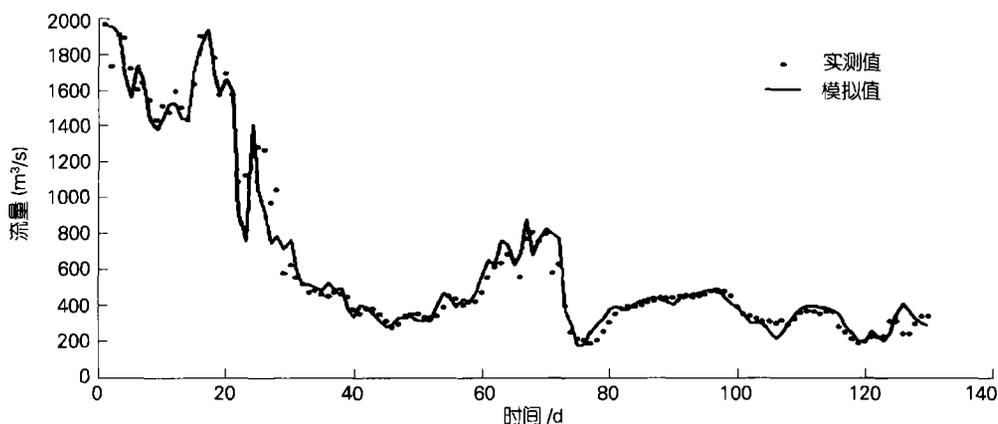


图 2 洛口断面流量变化曲线

Fig.2 Comparison between measured and computed water discharge of Luokou cross section

5 结语

模型采用自动收敛隐式格式,能够保证在计算网格比较稀疏的情况下得到较为满意的模拟结果。

输入上边界的虚拟过程或实际洪水过程,可预测下游洪水演变规律,进而为滩区防洪减灾、堤岸加固和水量调度提供决策依据。

参考文献:

[1] 刘培斌,耿六成,孙东坡,等. 河流工程问题数值模拟

理论与实践[M]. 郑州:黄河水利出版社, 1999. 11.

[2] 曹祖德,王运洪. 水动力泥沙数值模拟[M]. 天津:天津大学出版社, 1994. 11.

[3] 格拉夫,阿廷拉卡. 赵文谦,万兆惠译. 河川水力学[M]. 成都:成都科技大学出版社, 1997. 12.

[4] Zhang B Z, Yang X Q, Shen H T. Ice-cover effect and fluvial process in the Lower Yellow River, report No. 92-9B[R]. US: Clarkson University, 1992.

Demonstration and application of a mathematical model of unsteady flow in natural channels

HUANG Yong, SHI Bing, ZHU Yu-wei, JIAO Zhi-yang
(Engineering College, Ocean University of China, Qingdao 266071, China)

Received: Dec., 11, 2003

Key words: natural channel; unsteady flow; Preissmann method; numerical simulation; flood predication

Abstract: This paper presents a mathematical model using Preissmann 4-point implicit differential scheme with a weight coefficient. Able to simulate long-distance and long-term flood patterns and make discharge predictions in natural channels, this model was originally applied to a 130 d-flood-pattern calculation in the Lower Yellow River (length 282 km). Results show that calculated discharge data was in good agreement with field data.

(本文编辑: 刘珊珊)