

蒙特卡罗方法在海洋溢油扩展预测中的应用研究*

STUDIES ON MONTE-CARLO METHOD APPLICATION FOR PREDICTING MARINE OIL SPILL DIFFUSION

姜安刚 王学昌 于宜法 奚盘根 俞光耀

(青岛海洋大学 266003)

关键词 蒙特卡罗方法,溢油,随机数,扩散

用大量质点的运动近似海洋溢油的运动,把整个溢油看成有大量的体积很小的油块微元组成,即将溢油分为大量的质点,这些质点进行彼此独立的运动,每一质点代表一定的油量,油膜的迁移、扩展看作质点群的迁移、扩展。溢油的扩散看作质点群在湍流作用下进行的拉格朗日运动。油的蒸发、乳化等风化过程采用质点质量损失来表征,油膜的厚度分布通过一定面积内的质点数及其质量计算出。海洋溢油后,在波浪的搅动作用下,一部分溢油以乳化油和溶解态形式被带入水体中^[4],一旦进入水中,质点被看成大量的油滴,在水中进行三维运动,垂直方向运动是在浮力和湍流扩散作用下进行的。通常溢油在海洋中的行为,考虑以下3个过程:(1)海面漂油的输移和扩展过程;(2)入水油的垂直运动;(3)油的挥发和乳化过程。其中海面漂油的扩展过程和入水油的垂直扩散运动是溢油质点在湍流扩散作用下进行的随机运动。

1 湍流的描述

观察个别的流体微团(拉格朗日方法),湍流呈现为该微团沿着非常复杂的轨道的混乱运动,这种运动在某一时刻其方向是随机的,但这种随机性受整个运动场的控制,如图1,在平均速度为零的均匀各向

同性稳定湍流中,统计特征不依赖于在空间中的方向。拉格朗日相关系数^[3] R_L

$$R_L = \frac{\overline{V(t)V(t+\tau)}}{\overline{V^2}}$$

可用来描述湍流,其中横线表示时间平均,也可类似地引进湍流的拉格朗日尺度 T_L 来描述,它具有时间的量纲。

$$T_L = \int_0^x R_L(\tau) d\tau$$

湍流的拉格朗日特征首先由泰勒在关于扩散的问题中引入^[3],其中心问题为确定微团坐标的弥散及其速度。

2 蒙特卡罗方法的应用

溢油在海上的扩散过程实际上是湍流的一个弥散过程,而湍流弥散的随机性,可用蒙特卡罗方法恰当地描述。蒙特卡罗方法^[1],又称随机抽样技巧或统计实验方法,20世纪40年代中期,蒙特卡罗方法作为一种独立的方法提出来,并且在核武器的研制中首先得到了应用。当所要求解的问题是某种事件出现的

* 国家“八五”攻关资助项目 85-903-08-05-01 号。

收稿日期:1999-12-13;修回日期:2000-01-20

概率,或者是某个随机变量的期望值时,它们可以通过某种实验的方法,得到这种事件出现的概率,或者这个随机变量的平均值,并用它们作为问题的解。

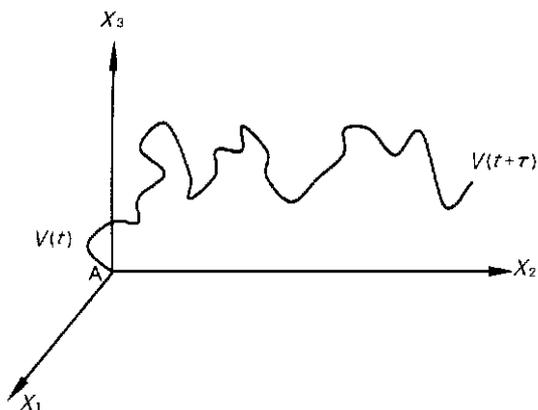


图1 固定流体微团的湍流运动

在求解扩散问题时,利用扩散现象的随机性,通过给定湍流强度,时间尺度和粒子数,在给予随机数的同时,求得粒子的扩散。扩散所用的随机数,有两种方法产生,即均匀随机数的方法和正规随机数的方法。

(1) 假设 a, b, c 为 $(-0.5 \sim 0.5)$ 之间的均匀随机数,则:

$$\begin{aligned} A &= a / (a^2 + b^2 + c^2)^{1/2}; \\ B &= b / (a^2 + b^2 + c^2)^{1/2}; \\ C &= c / (a^2 + b^2 + c^2)^{1/2} \end{aligned}$$

表示的均值为零,因为具有离散 $1/3$ 分布。离散方差 σ 与扩散系数之间的关系为: $k = \sigma^2 / (2 \cdot \Delta t)$ 。于是与质点粒子扩散等效的 x, y, z 方向质点移动距离 k_x, k_y, k_z 为:

$$\begin{cases} k_x = A \cdot (6 \Delta t \cdot K_x)^{1/2} \\ k_y = B \cdot (6 \Delta t \cdot K_y)^{1/2} \\ k_z = C \cdot (6 \Delta t \cdot K_z)^{1/2} \end{cases} \quad (1)$$

(2) 假设 a, b, c 为 $(0 \sim 1)$ 之间的正态随机数, a, b, c 均值为零,取 $(0, 1)$ 正态分布,则:

$$\begin{cases} k_x = a \cdot (2 \Delta t \cdot K_x)^{1/2} \\ k_y = b \cdot (2 \Delta t \cdot K_y)^{1/2} \\ k_z = c \cdot (2 \Delta t \cdot K_z)^{1/2} \end{cases} \quad (2)$$

油浓度计算,把 N 个粒子在 $t = 0$ 时,设 $x = y =$

$z = 0$, 在 $t = t$ 时,用进入网格内质点个数换算成浓度。用这种方法求得的浓度,当粒子数量少的时候,浓度值就会乱七八糟,需作适当的平滑,例如周围 27 个格子进行平均(二维时应用 9 个格子),这样可抑制分布不规则的极端值。

3 溢油的输移

基于以上的描述,用蒙特卡罗方法研究溢油是将代表油粒子的质点的扩散看作是在海洋湍流作用下的随机扩散,质点的输移是数学上的一个维纳过程的模拟^[2]。

设取样步长为 $\Delta t > 0$, 令 $X = X(n \Delta t)$

$$X_n = X_{n-1} + \sigma \sqrt{\Delta t} W_n (\sigma > 0)$$

其中 $\{W\}$ 为相互独立的 $N(0, 1)$ 随机数。

增量 $X_n - X_k$ 只依赖于对应于 $(n - k, n)$ 的 k 个变量 (W_{k+1}, \dots, W_n) ($k < n$), 故知 $X_n - X_k$ 有 $N(0, \sigma \sqrt{k \Delta t})$ 分布。

基于上述数学过程,标识油粒子质点的输移距离可表示为:

$$X_i = X_{i-1} + U \cdot \Delta t + L \quad (3)$$

其中: $X = (x, y, z)$; $U = (u, v, w)$; $L = (k_x, k_y, k_z)$

油粒子在水平方向的输移速度 u, v 包含了平流、风导表面流以及风对油膜表面的作用速度(通常为风速的 $2\% \sim 3\%$); 油粒子在垂直方向输移速度 w 包含了油粒子的上浮、沉降速度和海洋动力学的垂直流速;湍动扩散项 k_x, k_y, k_z 由公式(1)或(2)求得,湍动扩散系数同三维流场相对应。由此,根据式(1)可计算任一油粒子质点的输移位置,大量的油粒子质点即可表述海洋溢油的行为过程。

4 蒙特卡罗方法适用性的验证

为了与解析解进行对比,在 y 和 z 方向为线性分布的流场 $u = U + \beta \cdot y + \nu \cdot z$ 取以下计算条件进行三维扩散计算,平均流速 $(U) = 20 \text{ cm/s}$, 速度变化率 $(\beta) = 0.001 \text{ s}^{-1}$, 速度变化率 $(\nu) = 0.005 \text{ s}^{-1}$, 扩散系数 $K_x = 2 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$, 扩散系数 $K_y = 2 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$, 扩散系数 $K_z = 5 \times 10^2 \text{ cm}^2/\text{s}$, 网格间隔 $(\Delta x) = 50 \text{ m}$, 网格间隔 $(\Delta y) = 50 \text{ m}$, 网格间隔 $(\Delta z) = 5 \text{ m}$, 溢油量 $(M) = 1.25 \text{ t}$, 溢油点 $x = y = z = 0$ ($i = 11, j = 11, k =$

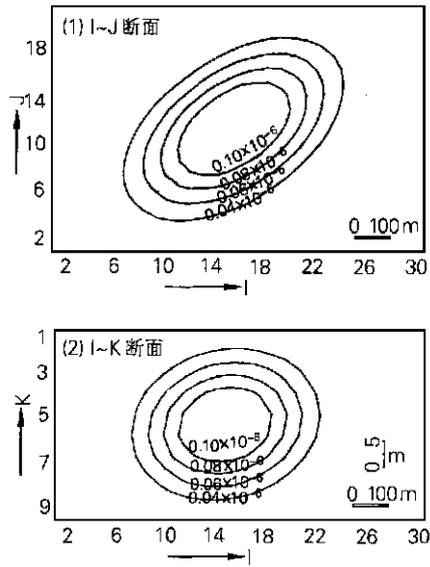


图2 解析解浓度分布(20 min)

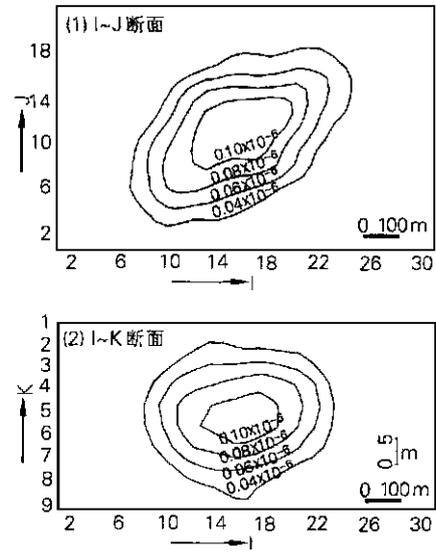


图3 均匀随机数 10 000 个浓度分布(20 min)

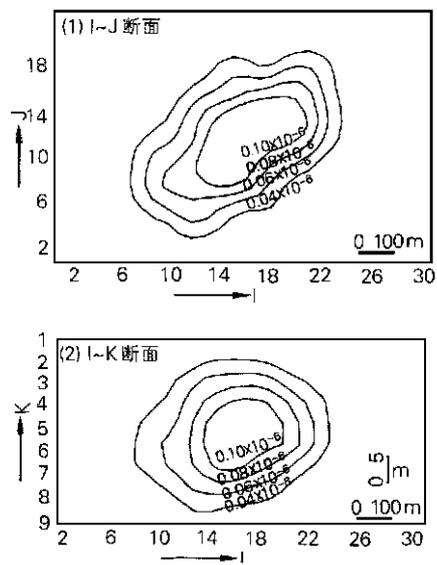


图4 正态随机数不清 10 000 个浓度分布(20 min)

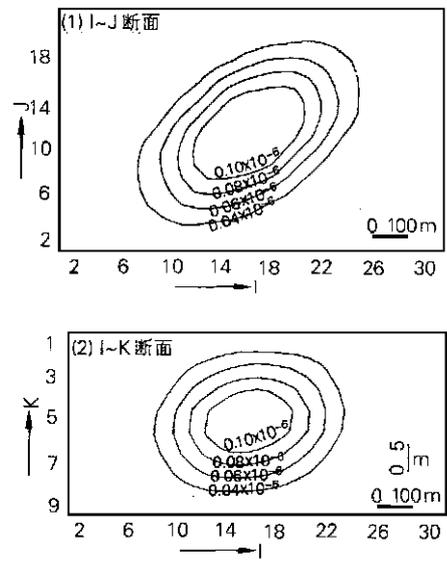


图5 均匀随机数不清 80 000 个浓度分布(20 min)

5), 时间步长(Δt) = 60 s。随机数的产生用了均匀随机数和正规随机数两种方法, 计算时间大部分花费在随机数的产生上。

在三维扩散计算中, 10 000 个粒子所代表溢油扩散的数值模拟与解析解的比较显然是不够的(图 2, 3 和 4), 为此作了如下处理: 无论是均匀随机数还是正规

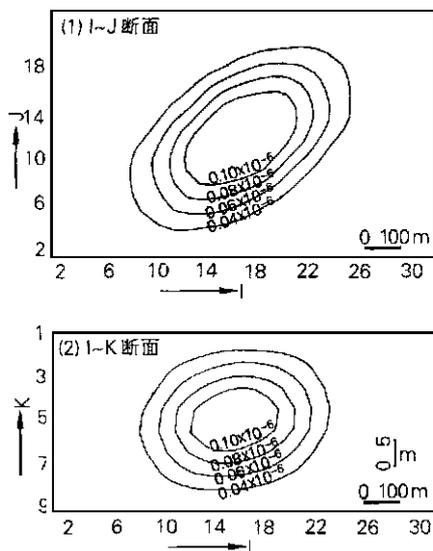


图6 正态随机数 80 000 个浓度分布(20 min)

随机数,都具有以零为中心正、负两个方向对称分布。假定质点产生了移动距离 l_x , 则也可以产生同样概率的 $-l_x$, 对 l_y, l_z 也相同。因此,对于一组 l_x, l_y, l_z 可以产生具有同样概率的 8 个组,如表 1 所示。

这样一来,每一个时间步长产生的 10 000 个随机数,进行如表 2 那样的符号处理,即可增大到 80 00 个

随机数。计算 20 min 后两断面(I~J 水平断面和 I~K 垂直断面)解析解求得的结果如图 2 所示;图 3 为

表 1 随机数符号的组合

项目	随机数符号							
	1	2	3	4	5	6	7	8
l_x	+	-	+	-	+	-	+	-
l_y	+	+	-	-	+	+	-	-
l_z	+	+	+	+	-	-	-	-

均匀随机数 10 000 个,数值模拟 20 min 后的结果;图 4 为正态随机数 10 000 个数值模拟 20 min 后的结果;图 5 和图 6 分别为均匀随机数 80 000 个和正态随机数 80 000 个数值模拟 20 min 后的结果。图 3~图 6 与图 2 比较,可以看出随机数 80 000 个的数值模拟结果与解析解很相一致,故可以认为无论利用哪种随机数在点数较多时吻合是良好的,蒙特卡罗方法是可用的。

参考文献

- 1 裴鹿成等.蒙特卡罗方法及其在粒子输运问题中的应用.北京:科学出版社,1980.1~
- 2 王梓坤.概率论基础及其应用,北京:科学出版社,1979.265~266
- 3 S.潘契夫著,谈镐生等译.随机函数和湍流.北京:科学出版社,1976.210~213
- 4 R. A. Morales. *Minute Pollution*, 1997, **34**(1):15~25

(本文编辑:张培新)