

杭州湾潮波运动的一个三维数值模型^①

曹德明 朱耀华 王新怡

(中国科学院海洋研究所, 青岛 266071)

收稿日期 1992年2月28日

关键词 杭州湾, σ 坐标, 潮波三维数值计算

提要 应用 σ 坐标变换对杭州湾进行了潮波运动的三维数值计算。计算结果与实测符合良好。

70年代以来,我国许多学者对杭州湾的潮波进行了数值模拟^[1~4],但现有的数值模式都是二维的。为了不但能得出潮流的水平结构,而且能得出潮流的垂直结构,Darance曾发展了一种 σ 坐标三维潮波模式^[8],但忽略了非线性项。方国洪和朱耀华发展了一种 σ 坐标三维非线性模式^[5]。本文采用后一模式模拟杭州湾潮波,经与实际观测结果比较,具有良好一致性。

1 x, y, z 坐标系下的支配方程和边界条件

杭州湾水深一般在10m左右,湾内潮汐和潮流都很强,在这种情况下,上、下水体得以充分混合,海水几乎完全是垂直均匀的^[6]。故采用正压的三维模式模拟杭州湾的潮汐,其连续方程和运动方程为:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - fv = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_a}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varphi \frac{\partial u}{\partial z} \right) + A \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + fu = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_a}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial v}{\partial z} \right) + A \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

海面 and 海底运动学边界条件:

$$w = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y}, (z = \zeta) \quad (4)$$

^① 中国科学院海洋研究所调查研究报告第2083号,国家自然科学基金资助项目。方国洪研究员对本工作予以热心指导,谨此感谢。

$$w = - \left(u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} \right), (z = -h) \quad (5)$$

海面 and 海底动力学边界条件:

$$v \frac{\partial u}{\partial z} = \tau_x, v \frac{\partial v}{\partial z} = \tau_y, (z = \zeta) \quad (6)$$

$$v \frac{\partial u}{\partial z} = \tau u_b (u_b^2 + v_b^2)^{1/2}, v \frac{\partial v}{\partial z} = \tau v_b (u_b^2 + v_b^2)^{1/2}; (z = -h) \quad (7)$$

其中, x, y, z 为右手 Cartesian 坐标轴, z 轴从未扰动海面向上为正;

u, v, w 为流速在 x, y, z 方向分量; t 为时间; f 为 Coriolis 参量; g 为重力加速度; ρ 为海水密度, 取作常量; P_a 为海面大气压力, 在潮波模拟中取为零; ζ 为相对于静止海面上的水位高度; v, A 为垂直和水平涡动粘性系数; τ_x, τ_y 为风应力在 x, y 方向分量, 在潮波模拟中取为零; u_b, v_b 为 u, v 在底层的量值; h 为静止水深。

2 x, y, σ 坐标系下的支配方程和边界条件

杭州湾虽然是浅水海湾, 但水深的变化仍然比较大。金塘水道附近最深, 可达 40 余 m, 南汇咀附近最浅, 只有 3m 左右, 因此若采用通常的以深度进行分层, 在水深较浅的地点, 各层之间的厚度必须足够小, 才能反映潮流的垂直结构。而以这种厚度对水深较大的地点分层, 则层数就会很多, 给计算带来困难。为了克服这个问题, 我们采用一种在垂直方向上用 σ 坐标表示的方法。用这种坐标时, 每个地点在垂向上用水深除过。即对任一地点从海底至海面 σ 值均从 0 变到 1, 以 σ 坐标等间距分层, 则水深大的地点, 每层厚度大, 水深浅的地点, 每层厚度小。这样, 可以用不太多的层数, 对不同水深的地点都能给出较细致的垂直结构, 并使计算中的程序编制工作大大简化。

对 z 作变换:

$$\sigma \equiv (h + z)/(h + \zeta) \quad (8)$$

x, y, t 不变, 则(8)可将 (x, y, z) 系统变换至 (x, y, σ) 系统。

$$\text{则 } \sigma = \begin{cases} 0, & \text{当 } z = -h \\ 1, & \text{当 } z = \zeta \end{cases}$$

$$H \equiv h + \zeta \quad (9)$$

σ 坐标下的运动方程和边界条件为:

$$\frac{\partial(Hu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv)}{\partial y} + \frac{\partial(Hw^*)}{\partial \sigma} + \frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w^* \frac{\partial u}{\partial \sigma} - fv = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_a}{\partial x} + \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(v \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right) + A \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w^* \frac{\partial v}{\partial \sigma} + fu = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_s}{\partial y} + \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(v \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right) + A \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (12)$$

w^* 的定义为:

$$w^* = 1/H \{ w + (1 - \sigma) \left(u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \sigma \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) \} \quad (13)$$

σ 坐标下运动学边界条件简化为: $w^* = 0$, 当 $\sigma = 0$ 或者 1, w^* 可由下式确定:

$$w^*(\sigma) = -1/H [\sigma w'(1) - w'(\sigma)]$$

其中

$$w' \equiv -\frac{\partial}{\partial x} \left(H \int_0^\sigma u d\sigma \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(H \int_0^\sigma v d\sigma \right) \quad (14)$$

而 ζ 则由 w' 在 $\sigma=1$ 处的值直接算出。

为合理地确定潮流的垂直结构, 我们采用混合长度理论计算垂直涡动系数^[9]。

$$v = v_0 + L^2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (15)$$

其中 v_0 为分子粘性系数, L 为混合长度, 可由下式计算:

$$L = k_0(z' + z_0) \left[1 - \frac{z'}{(1+s)H} \right] \quad (16)$$

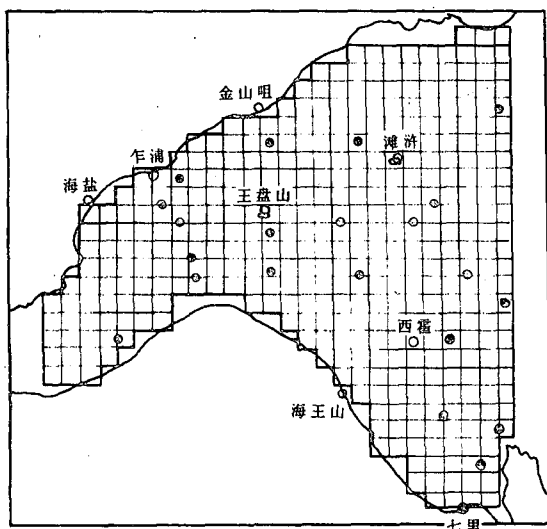


图1 杭州湾数值计算网格

Fig. 1 Computational grid. Small circles denote locations of tide stations, and small dots denote locations of tidal current stations

○ 为用于检验数值模式的验潮站; • 为用于检验数值模式的测流站。

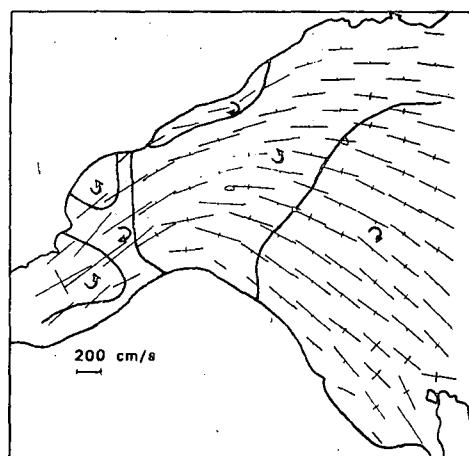


图2 表层 M_2 潮流椭圆图

Fig. 2 Major and minor axes of M_2 surface layer current ellipses

注: 箭头表示旋转方向。

式中 k_0 为 Karman 常数, 经多次调试后取作 0.10; z_0 为海底处的粗糙长度, 取作 0.0015; s 为反映

海面粗糙程度的参数,取作 0.1; $z' \equiv h+z$, 为考察点离海底的距离。

相应上述支配方程的差分方程与计算上的细节请参看文献[5]。

一般来说,三维数值模式稳定性条件要比二维严格。由于我们对垂直涡动粘性项采用了隐格式处理,因此,本模式的稳定性条件与二维模式一样,要遵循 CFL 条件的限制,即

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{2gh} \quad (17)$$

h 为计算海区的最大水深, Δs 为网格水平间距。

3 杭州湾的潮波数值模型及检验

采用的计算网格见图 1, 网格距离为 3 706m。该图中网格线的中间点为 ζ 点, 离 ζ 点东西各半个格距处为 u 点, 其南北各半个格距处为 v 点。海岸线用通过 u 或 v 点的折线代替, 且折线在 u, v 点处与网格线相垂直。

这样, 由于海水不能穿过海岸, 在海岸网格点中有边界条件:

$$u = 0, v = 0 \text{ 于海岸处}$$

本研究采用方国洪、杨景飞的方法^[7], 用 M_2 代表半日分潮, m_1 代表全日分潮。其中 m_1 为 K_1 和 O_1 的平均值, 于是 m_1 的周期正好是 M_2 的二倍, 这样, 计算结果的调和分析非常简单。半日分潮和全日分潮之所以可以各用一个分潮代表是因为半日分潮中各个分潮之间的振幅比和迟角差变化不大, 算出一个分潮后, 其余的分潮可以用差比关系推算得到^[7]。于是在开边界上 ζ 可用下式表示:

$$\zeta = H_1 \cos(\omega_1 t - \theta_1) + H_2 \cos(\omega_2 t - \theta_2) \quad (18)$$

其中 $H_1 = (H_{o1} + H_{k1})/2$, $\theta = (\theta_{o1} + \theta_{k1})/2$; $H_2 = H_{M2}$, $\theta_2 = \theta_{M2}$, $\omega_2 = \omega_{M2} = 2\omega_1$ 。 H 和 θ 为分潮调和常数、振幅和迟角, 开边界上的潮汐调和常数由实测资料推算得到。

在垂直方向上, 海底到海面整个水层被分为 5 个厚度相等的层次。

初始条件取

$$u = v = w^* = 0, \text{ 于 } t = 0$$

$$\zeta = 0, \text{ 于 } t = \Delta t/2$$

式中时间步长由 CFL 条件决定, 本计算中取 $\Delta t = 124.206$ 01s, 即 1/30 个太阴时。

由数值计算结果经调和分析可得出 m_1 和 M_2 分潮的调和常数。在杭州湾沿岸及岛屿上我们挑选出 8 个观测时间在一个月以上的验潮站(图 1), 把观测所得的 m_1 和 M_2 分潮调和常数与由数值计算所得调和常数列出进行比较。 m_1 分潮振幅偏差的平均值为 1.6cm, 与 8 个站平均 30cm 相比约 5%, 迟角偏差的平均值为 3°, M_2 分潮振幅偏差的平均偏差为 3cm, 与振幅平均值 152cm 相比约为 2%。迟角偏差平均值为 3.9°。从这些结果看, 数值模拟所得结果与实际情况符合良好。

在杭州湾中, 也有许多潮流观测点(见图 1)。对每个站选用 M_2 分潮流椭圆长轴的各层平均值, 求出实测值和计算值的偏差, 其平均值为 6.9cm/s, 与椭圆长轴平均值 133cm/s 相比为 5%。这些偏差的分布如表 1 所示。从总体来看, 计算与实测符合良好。

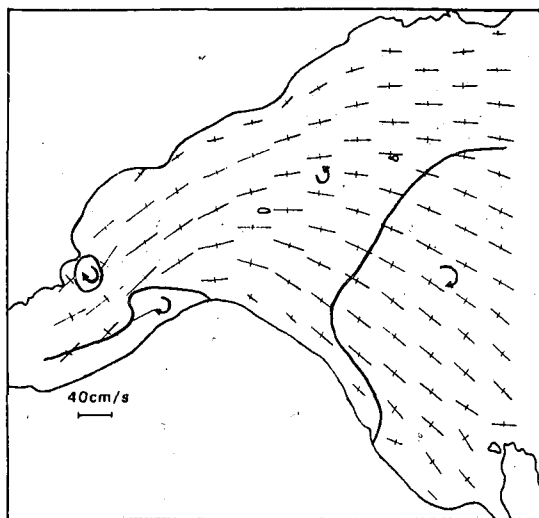


图3 底层 M_2 潮流椭圆图

Fig. 3 Major and mino raxes of M_2 bottom layer current ellipses
箭头表示旋转方向。

表1 计算和实测 M_2 分潮流椭圆长轴偏差分布

Tab. 1 Error of computed values to observed ones for major axes of M_2 current ellipses

偏差值出现范围 (cm/s)	0~5	5~10	10~15	15~20	20~25
百分率 (%)	60	10	20	5	5

4 杭州湾潮汐潮流的分布与特征

在文献[3]中,我们根据二维模型的结果对杭州湾潮汐潮流的概貌作了详细的描述。三维模型给出的潮汐分布图与二维模型的结果在数值上没有大的差别,但因为拖系数和西部开边界条件都是根据文献[4]确定的,更加接近文献[4]的结果,也更加符合杭州湾的实际情况,其基本特征仍是相同的。

我们根据计算结果绘制了 M_2 分潮表底层椭圆长短轴分布图[图 2, 3]。由图 2, 3 可见,表层潮流明显比底层大,底层椭圆长轴的方向比表层右偏大约 $5 \sim 10^\circ$ 。

半日潮流最大流速发生时刻上层比下层大约提前 $0.2 \sim 0.3h$, 杭州湾的潮流在东南部为顺时针方向旋转,其余则多为逆时针旋转。顺时针旋转时,下层的潮流椭圆较上层为扁,逆时针旋转时,则反而变圆了。以上结论都与潮流垂直分布的一般规律相符。杭州湾的 m_1 分潮流比较弱,只有 M_2 分潮流的 $1/10$,这里就不再讨论。

同样,表层 Euler 余流也明显比底层大,其量值约为底层的 2 倍左右,从海表往海底余流向顺时针方向偏移(图略)。

我们还计算了杭州湾各层的输送余流(图略),余输送流速的计算公式为:

$$(u_T, v_T) = \frac{\int_0^T \int_{-h}^{\zeta} (u, v) dz dt}{\int_0^T (h + \zeta) dt}$$

对三维情况,第 K 层的余输送流速为:

$$(u_{T,K}, v_{T,K}) = \frac{\int_0^T (h + \zeta) (u_k, v_k) dt}{\int_{-h}^{\zeta} (h + \zeta) dt} = \frac{\sum (h + \zeta^a) (u_k, v_k)}{\sum (h + \zeta^a)}$$

参考文献

- [1] 许卫忆、苏纪兰, 1986. 杭州湾二维潮波计算及底质分布的动力成因. 海洋与湖沼 17(6):493~503.
- [2] 林秉南等, 1980. 河口建坝对杭州湾潮波的影响. 水利学报 3:16~26.
- [3] 曹德明、方国洪, 1986. 杭州湾潮汐潮流的数值计算. 海洋与湖沼 17(2):93~102.
- [4] 曹德明、方国洪, 1988. 杭州湾与钱塘江潮波的联合数值模型. 海洋学报 10(5):521~530.
- [5] 方国洪、朱耀华, 1992. 海洋流体动力学的一种三维数值模式. 物理海洋数值计算. 河南科学技术出版社, 65~69.
- [6] 毛汉礼等, 1964. 杭州湾潮混合的初步研究 I. 上湾区. 海洋与湖沼 8(2):121~134.
- [7] 方国洪、杨景飞, 1985. 渤海潮运动的一个二维数值模型. 海洋与湖沼 18(5):337~346.
- [8] J. A. Darrance, D. G. Hughes, 1983. North Sea Dynamics. Ed. by sundermann and lenz Springer-Verlag, Berlin. 120-133.
- [9] Fang G. and T. Ichiye, 1983. On the Experiments with two-and three-dimensional numerical models of the north-east coast of England vertical structure of tidal currents in a homogeneous sea. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 73:63-82.

A THREE- DIMENSION NUMERICAL MODEL OF THE TIDAL MOTIONS IN HANGZHOU BAY

Cao Deming, Zhu Yaohua and Wang Xinyi

(*Institute of Oceanology, Academia Sinica, Qingdao, 266071*)

Received: Feb. 28, 1992

Key Words: Hangzhou Bay, σ -coordinate, three-dimension numerical model of the tidal motions

Abstract

In this paper, we develop a barotropic three-dimension numerical model of the tidal motions in Hangzhou Bay. In this model, σ -coordinates transformation is employed, nonlinear term is considered, and all-crossed grids are used. For vertical eddy viscosity term, the adoption of implicit different forms ensures this model for stability under the CFL limit condition. By determination of vertical eddy viscosity coefficient with the mixing length theory, this paper shows good results of m_1 and M_2 constituents, which are in well agreement with observed ones.

