

海洋表面偶极子辐射模型的噪声场时空相关函数的计算

唐应吾

(中国科学院声学研究所)

研究简报

由于海面噪声源都可以抽象成偶极子辐射源, 因此, 研究海水表面偶极子辐射模型的噪声场的时空相关函数是有实际意义的。

设偶极子辐射源均匀而独立地分布在海水表面上, 其辐射谱为 $S(\omega)$, 则具有时延为 τ 的两点(X_1 与 X_2)的噪声场的时空相关函数 $\Psi(X_1, X_2, \tau)$ 的积分表式为^[1,2]:

$$\Psi(X_1, X_2, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \int_{\Omega} K_{X_1}(i\omega) \times K_{X_2}(-i\omega) \exp(i\omega\tau) d\Omega d\omega \quad (1)$$

式中 ω 为角频率; Ω 为偶极子所布满的面积; $i^2 = -1$; 对于偶极子辐射源, 其中的 $K_{X_1}(i\omega)$ 为:

$$K_{X_1}(i\omega) = \frac{(\cos^2 \Psi)^{1/2}}{R_1} \exp(iKR_1 - \alpha R_1) \quad (2)$$

这里, α 为海水中的声吸收系数, k 为海水中的波数, R_1 为偶极子中心至 X_1 的距离, Ψ 为偶极子与偶极子到两接收点连线中心的矢量的夹角, $\cos \Psi$ 的表式为从初等立体三角中得出:

$$\begin{aligned} \cos \Psi &= \cos \xi \cdot \cos \theta + \\ &+ \sin \xi \sin \theta \cos(\varphi - \eta) \end{aligned}$$

这里, ξ , η 为偶极子的极角, θ 与 φ 如图1所示。当海面随机起伏, 就引起偶极子的随机取向, 设其分布函数为:

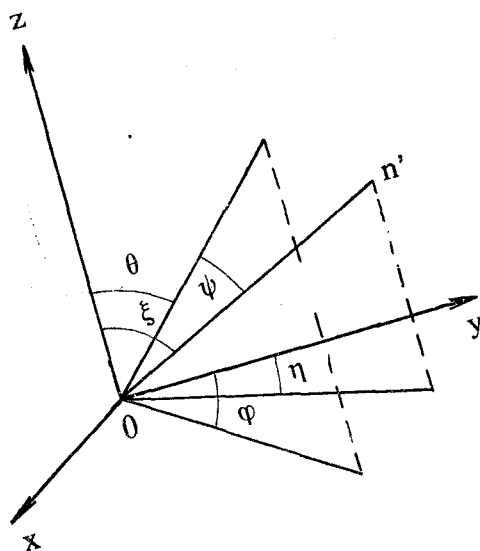


图 1

n' 为偶极子的取向;
坐标原点取在两接收器连线的中点。

$$P(\xi, \eta) = \frac{\sin \xi}{2\pi} \quad \begin{aligned} &(0 \leq \xi \leq \pi/2) \\ &(0 \leq \eta \leq 2\pi) \end{aligned}$$

则可求得 $\cos^2 \Psi$ 的平均值为:

$$\begin{aligned} \overline{\cos^2 \Psi} &= \frac{1}{3} (1 + \cos^2 \theta) \\ &\equiv \frac{1}{3} (1 + \chi^2) \end{aligned} \quad (3)$$

将(2)式与(3)式代入(1)式中, 并利用 $Z \gg d$ (Z 为接收深度的平均值, α 为两接收点之间的距离)的条件, 有:

$$\begin{aligned} \Psi(X_1, X_2, \tau) &= \frac{2}{3} \pi \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 S(\omega) \\ &\cdot (1 + \chi^2) \times \\ &\times \frac{1}{\chi} \exp \left(-\frac{2\alpha Z}{\chi} + ik\chi d \sin \gamma + i\omega\tau \right) \\ &\times J_0(kd\sqrt{1 - \chi^2}) d\chi d\omega \end{aligned} \quad (4)$$

这里 $J_0(y)$ 为零阶贝塞尔函数, γ 为两接收器中心的连线与水平面的夹角。

为了方便, 我们只讨论 $\gamma = 0$ 和 $\gamma = \pi/2$ 两种特殊情况。

1. $\gamma = 0$ 的情况

在这种情况下, 表式 (4) 变为:

$$\begin{aligned}\Psi(x_1, x_2, \tau) &= \frac{2}{3} \pi \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 S(\omega) \frac{1+x^2}{x} \\ &\times e^{-2\alpha z/x} J_0(kd\sqrt{1-x^2}) e^{i\omega\tau} dx d\omega \\ &= 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \left(\frac{kd}{2}\right)^{2l} \\ &\times \frac{1}{(l!)^2} (a_l + b_l) e^{i\omega\tau} d\omega\end{aligned}\quad (5)$$

$$a_e = \frac{1}{3} \int_0^1 \frac{(1+x^2)^l}{x} e^{-2\alpha z/x} dx = \frac{1}{3} \sum_{v=0}^l (-1)^v C_l^v B_v$$

$$b_l = \frac{1}{3} \int_0^1 x(1-x^2)^l \exp\left(-\frac{2\alpha z}{x}\right) dx = \frac{1}{3} \sum_{v=0}^{l-1} (-1)^v C_l^v D_v,$$

$$B_v = -\frac{(-2\alpha Z)^{2v}}{(2v)!} E_i(-2\alpha Z) + e^{-2\alpha z} \sum_{\lambda=1}^{2v} \frac{(-2\alpha Z)^{\lambda-1}}{(2v)(2v-1)\cdots(2v+1-\lambda)}$$

$$D_v = -\frac{(-2\alpha Z)^{2v+2}}{(2v+2)!} E_i(-2\alpha Z) + e^{-2\alpha z} \sum_{\lambda=1}^{2v+1} \frac{(-2\alpha Z)^{\lambda-1}}{(2v+2)(2v+1)\cdots(2v+3-\lambda)}$$

$$C_l^v = l!/v!(l-v)!$$

$E_i(-2\alpha Z)$ 为积分指数函数。

于是, 在这种情况下噪声场的空间互功率谱为:

$$F_{x_1, x_2}(\omega) = 2\pi S(\omega) \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \times \left(\frac{kd}{2}\right)^{2l} \frac{1}{(l!)^2} (a_l + b_l) \quad (6)$$

当 $b_l = 0$ 时, (6) 式与文献[1]中的结果相同。

2. $\gamma = \pi/2$ 的情况

在这种情况下, (4) 式变为:

$$\begin{aligned}\Psi(x_1, x_2, \tau) &= \frac{2\pi}{3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 S(\omega) \frac{1+x^2}{x} \times \exp\left(-\frac{2\alpha Z}{x} + ikxd + i\omega\tau\right) dx d\omega \\ &= \frac{2\pi}{3} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \left[\sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \frac{(kd)^{2l}}{(2l)!} (a_l' + a_l'') \right. \\ &\quad \left. + i \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \frac{(kd)^{2l+1}}{(2l+1)!} (b_l' + b_l'') \right] e^{i\omega\tau} d\omega\end{aligned}\quad (7)$$

式中,

$$a_l' = -\frac{(-2\alpha Z)^{2l}}{(2l)!} E_i(-2\alpha Z) + e^{-2\alpha z} \sum_{k=1}^{2l} \frac{(-2\alpha Z)^{k-1}}{(2l)(2l-1)\cdots(2l+1-k)}$$

$$\begin{aligned}
a_l'' &= - \frac{(-2\alpha Z)^{2(l+1)}}{(2l+2)!} E_1(-2\alpha Z) \\
&\quad + e^{-2\alpha Z} \sum_{k=0}^{2l+1} \frac{(-2\alpha Z)^{k-1}}{(2l+2)(2l+1)\cdots(2l+2-k)} \\
b_l' &= \frac{(2\alpha Z)^{2l+1}}{(2l+1)!} E_1(-2\alpha Z) + e^{-2\alpha Z} \sum_{k=0}^{2l} \frac{(-1)^k (2\alpha Z)^k}{(2l+1)(2l)\cdots(2l+1-k)} \\
b_l'' &= \frac{(2\alpha Z)^{2l+3}}{(2l+3)!} E_1(-2\alpha Z) + e^{-2\alpha Z} \sum_{k=0}^{2(l+1)} \frac{(-1)^k (2\alpha Z)^k}{(2l+3)(2l+2)\cdots(2l+3-k)}
\end{aligned}$$

如此, 噪声场的空间互功率谱为:

$$\begin{aligned}
F_{x_1 x_2}(\omega) &= \frac{2\pi}{3} S(\omega) \times \left[\sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \frac{(kd)^{2l}}{(2l)!} (a_l' + a_l'') \right. \\
&\quad \left. + i \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \frac{(kd)^{2l+1}}{(2l+1)!} (b_l' + b_l'') \right] \quad (8)
\end{aligned}$$

由式(6)或(8)可得深度Z处的噪声场的功率谱为:

$$F(\omega) = \frac{\pi}{3} S(\omega) [(1-2\alpha Z)e^{-2\alpha Z} - (2+4\alpha^2 Z^2)E_1(-2\alpha Z)] \quad (9)$$

这个结果与文献(3)中用不同的方法算得的结果相同, 但与文献(1)中的结果不同, 因为(1)在计算 $\overline{\cos^2 \Psi}$ 时, 算掉了一项: $\frac{1}{3} X^2$ 。

参 考 文 献

- (1) 许祯镛, 1966. 声学学报3(1): 34—40.
(2) 唐应吾, 1980. 海洋科学4: 4—7.
(3) Roberson, R., 1951. JASA 23(3): 353—359.

THE CALCULATION OF SPACE-TIME CORRELATION FUNCTION OF NOISE FIELD OF SURFACE NOISE SOURCE WITH DIPOLE RADIATION MODEL

Tang Yingwu

(Institute of Acoustics, Academia Sinica)

Abstract

In this paper, the spatial cross-power spectrum and power spectrum of noise field of surface noise source with dipole radiation model were calculated from the integral expression of space-time correlation function of noise field.