

潮流垂直结构的基本特征

——理论和观测的比较*

方 国 洪

(中国科学院海洋研究所)

一、前 言

关于潮流垂直结构的研究历来为海洋学家们所重视。这不仅因为它是海洋潮汐动力学的基本课题之一,而且对于其它海洋动力过程,如海洋湍流、物质扩散特别是沉积物的运动都有密切的关系。同时从事于军事、航运和海洋工程等工作的人员对此也十分关心。

对于潮流垂直结构的研究除了直接的现场观测外,理论研究大致可分两个方面。一个方面研究的侧重点是为了了解其基本特征,从定性方面来解释海洋中实际观测到的潮流垂直变化,指出哪些变化是具有普遍意义的,这些变化主要与哪些因素有关,并且预测在观测中未曾注意到的而实际可能存在的变化。在这类研究中一般都采用尽可能简单的、理想化的模型。另一个方面研究的侧重点则是力图定量地计算出潮流的垂直变化,使得计算结果尽量与观测取得数值上的一致。在这类研究中必须更多地考虑动力学机制,因而必须采用较为复杂的模型。这类研究当然更接近海洋中的真实情况,但由于模型较复杂,对于研究和归纳一般规律则往往不大方便。

本文试图在前一方面,即潮流垂直结构的基本特征方面对理论和实际观测两方面的成果作一归纳和分析比较。

二、潮流椭圆的特征参量

如所周知,潮流由许多不同频率的分潮所构成。在潮流分析和预报中,也常常对海流的东分量和北分量采用调和展开式。由于潮流有两个分量,由调和常数很难看出潮流变化的特征。因此人们常常考察潮流椭圆的特征参量,这些参量也叫潮流椭圆要素。在理论研究中,对调和常数求解是较方便的,而对椭圆要素直接求解却极困难。不幸的是,联系调和常数和椭圆要素的关系式又很复杂,故解得调和常数后很难从解中直接看出潮流椭圆的变化。为了克服这一困难,这里首先介绍潮流的复数表示法,用这种表示时求解十分容易,而且它的量值与椭圆要素的关系极其简单。

为了便于研究,我们不一定把坐标轴选在正北和正东方向,而采用任意的一个左手坐标系,在这个坐标系中海流分量表为

$$\begin{cases} u = U_0 + \sum_j U_j \cos(\sigma_j t - \xi_j), \\ v = V_0 + \sum_j V_j \cos(\sigma_j t - \eta_j), \end{cases} \quad (2.1)$$

*中国科学院海洋研究所调查研究报告第973号。

式中, u, v 为海流的 x, y 分量; U_0, V_0 为余流的 x, y 分量; U_j, V_j 为分潮流 j 的 x, y 分量的振幅; ξ_j, η_j 为分潮流 j 的 x, y 分量的迟角; σ_j 为分潮流 j 的角频率。

由于采用了左手坐标系, 故这里符号的意义与一般潮流预报中习惯不同。后者用的是右手坐标系。

在研究垂直结构的基本特征时, 必须对不同频率的分潮分别进行考察, 特别对全日潮流和半日潮流要分别研究。我们考虑 (2.1) 中一个角频率为 σ 的分潮, 它的 x, y 方向流速分量为

$$\begin{cases} u = U \cos(\sigma t - \xi), \\ v = V \cos(\sigma t - \eta). \end{cases} \quad (2.2)$$

如果引进一个复数 w ,

$$w = u + iv, \quad (2.3)$$

则 w 的模就是流速的大小, w 的幅角便是流向 (从 x 轴到 w 向径的角度)。如果把 w 随时间的变化画到 (u, v) 平面上, 就可以得到一个潮流椭圆。潮流椭圆有四个特征参量 (或称椭圆要素): 长半轴 W 、短半轴 w 、最大流 (即长半轴) 方向 θ 和最大流发生时间 τ 。此外还有潮流旋转方向, 不过可把它并入 w 中: 若潮流按逆时针方向旋转, w 取正值, 否则取负值。 w 对 W 的比值称为椭圆率, 记为 k 。 τ 乘以分潮角频率 σ 称为潮流椭圆的迟角, 记为 χ 。故 w 和 τ 两个椭圆要素也可以分别用 k 和 χ 表示。

$$\text{将 (2.2) 代入 (2.3), 并注意到 } \cos \sigma t = \frac{1}{2}(e^{i\sigma t} + e^{-i\sigma t}), \sin \sigma t = \frac{1}{2i}(e^{i\sigma t} - e^{-i\sigma t}),$$

便有

$$w = \frac{1}{2} \left[\left\{ (U \cos \xi + V \sin \eta) + i(V \cos \eta - U \sin \xi) \right\} e^{i\sigma t} + \left\{ (U \cos \xi - V \sin \eta) + i(V \cos \eta + U \sin \xi) \right\} e^{-i\sigma t} \right].$$

若记

$$\begin{cases} \mathbf{a} = \frac{1}{2}(U \cos \xi + V \sin \eta) + i \frac{1}{2}(V \cos \eta - U \sin \xi), \\ \mathbf{b} = \frac{1}{2}(U \cos \xi - V \sin \eta) + i \frac{1}{2}(V \cos \eta + U \sin \xi), \end{cases} \quad (2.4)$$

则

$$w = \mathbf{a}e^{i\sigma t} + \mathbf{b}e^{-i\sigma t}. \quad (2.5)$$

我们以后将把上式右边第一项记为 w^+ , 第二项记为 w^- , 并且把 $\mathbf{a}$ 的模和幅角记为 A 和 α , $\mathbf{b}$ 的模和幅角记为 B 和 β 。这样, w 可表为

$$w = w^+ + w^- = \mathbf{a}e^{i\sigma t} + \mathbf{b}e^{-i\sigma t} = Ae^{i(\sigma t + \alpha)} + Be^{i(-\sigma t + \beta)}. \quad (2.6)$$

我们来考察 w 中两个组成项的几何意义。 w^+ 的模是常量 A , 幅角则随时间等速增加, 因而是逆时针方向旋转的圆 (图 1)。同理, w^- 是一个半径为 B 的顺时针方向旋转的圆。当 $t = 0$ 时, $w^+ = \mathbf{a} = Ae^{i\alpha}$, $w^- = \mathbf{b} = Be^{i\beta}$, 此时 w 为 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 的向量和, 如图 1 中椭圆上 $t = 0$ 处的点。随着时间的增加, w^+ 向左旋转, w^- 向右旋转, 且它们旋转时角速度相同。因此在角度 $\frac{1}{2}(\alpha + \beta)$ 处两个向量方向一致, 这时 w 的模等于 w^+ 和 w^- 模之和, 达到最大, 其值为 $A + B$, 这便是椭圆的长

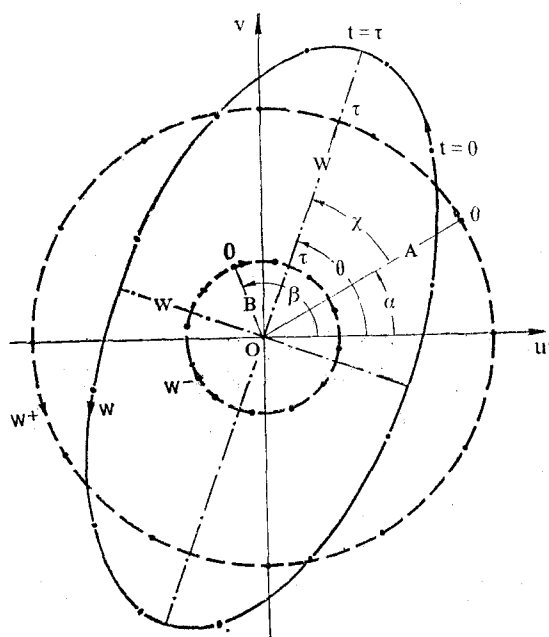


图1 潮流椭圆的合成

半轴。同时由图还可知道长半轴与 $\mathbf{a}$ 的夹角为 $\frac{1}{2}(\beta - \alpha)$, 故 $\mathbf{w}^+$ 从 $\mathbf{a}$ 转到长半轴所需的时间 τ 为 $\frac{1}{2\sigma}(\beta - \alpha)$, 亦即迟角 $\chi = \frac{1}{2}(\beta - \alpha)$ 。同理 $A - B$ 等于椭圆的短半轴 (亦即最小流速), 而且它的符号代表了椭圆的旋转方向。这样我们得到椭圆要素的下列计算公式:

$$\begin{cases} \text{长半轴 } W = A + B, \\ \text{椭圆率 } k = (A - B)/w, \\ \text{方向角 } \theta = \frac{1}{2}(\alpha + \beta), \\ \text{迟角 } \chi = \frac{1}{2}(\beta - \alpha). \end{cases} \quad (2.7)$$

由 (2.4) 和 (2.7) 还可得椭圆要素和调和常数之间的关系式:

$$\begin{cases} W = \frac{1}{2} [U^2 + V^2 + 2UV \sin(\eta - \xi)]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} [U^2 + V^2 - 2UV \sin(\eta - \xi)]^{\frac{1}{2}}, \\ w = \frac{1}{2} [U^2 + V^2 + 2UV \sin(\eta - \xi)]^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} [U^2 + V^2 - 2UV \sin(\eta - \xi)]^{\frac{1}{2}}, \\ \theta = \frac{1}{2} \arctg [2UV \cos(\eta - \xi) / (U^2 - V^2)], \\ \chi = \frac{1}{2} \arctg [(U^2 \sin 2\xi + V^2 \sin 2\eta) / (U^2 \cos 2\xi + V^2 \cos 2\eta)]. \end{cases} \quad (2.8)$$

关系式 (2.7) 系由 Godin (1972) 给出, 而式 (2.8) 则早在 1916 年由 Werenskiöld (见 Defant, 1961) 给出。由于式 (2.7) 极其简单, 故在考察椭圆要素的变化时, 将潮流表示成 (2.5) 的形式要比表示成 (2.2) 的形式方便得多。

三、常涡动粘性系数模型

潮流中水质点的运动决定于作用在它上面的压力梯度力、地转偏向力和摩擦力。Newton 关于粘性流体的实验证明, 两层流体之间的切应力比例于它们之间的速度差。潮流一般处于湍流状态, 但仍常常采用上述关系, 只不过比例系数大大增加了。这样, 描述潮流运动的支配方程写作:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = fv + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial u}{\partial z} \right) - g \frac{\partial \xi}{\partial x}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = -fu + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial v}{\partial z} \right) - g \frac{\partial \xi}{\partial y}, \end{cases} \quad (3.1)$$

式中, $f = 2\Omega \sin \phi$ 为 Coriolis 参量, Ω 为地转角速度, ϕ 为地理纬度; ξ 为水位高度; g 为重力加速

度; z 轴自海底向上为正; ν 为运动学垂直涡动粘性系数, 一般随时间和地点变化。在定性研究潮流垂直结构时, 可以把 ν 取作常量。

相应的边界条件为:

$$\begin{cases} u=v=0, & \text{于 } z=0 \text{ (海底)}, \\ \nu \frac{\partial u}{\partial z} = \nu \frac{\partial v}{\partial z} = 0, & \text{于 } z=h \text{ (海面)}, \end{cases} \quad (3.2)$$

这里 h 为水深。这个边界条件意味着在海底处流体受粘性作用附于固体边界, 在海面则没有摩擦力。

方程 (3.1) 和 (3.2) 有许多人解算过。其中包括 Sverdrup (1927), Thorade (1931), 笔者 (1965), 陈宗鏞 (1980) 及 Kundu 等 (1981)。笔者与市荣誉 (Fang and Ichiye, 1983) 则给出较系统的关于潮流垂直结构基本特征的论述, 这些论述是笔者 1965 年在北部湾海洋调查报告中有工作的改进和推广。下面将着重介绍这一结果并作进一步分析。

将 (3.1) 第二个方程乘上虚数单位 i 再与第一个方程相加, 并记

$$\mathbf{G} \equiv -g \frac{\partial \xi}{\partial x} - ig \frac{\partial \xi}{\partial y} \equiv \mathbf{c} e^{i\sigma t} + \mathbf{d} e^{-i\sigma t}, \quad (3.3)$$

可得方程

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + i f \mathbf{w} - \nu \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial z^2} = \mathbf{G}. \quad (3.4)$$

将 (2.5) 和 (3.3) 代入, 则因子 $e^{i\sigma t}$ 的系数和 $e^{-i\sigma t}$ 的系数应各自相等, 于是得关于 z 的方程

$$\begin{cases} i(\sigma + f)\mathbf{a} - \nu \frac{d^2 \mathbf{a}}{dz^2} = \mathbf{c}, \\ i(-\sigma + f)\mathbf{b} - \nu \frac{d^2 \mathbf{b}}{dz^2} = \mathbf{d}. \end{cases} \quad (3.4)$$

由 (3.2) 可得相应的边界条件

$$\begin{cases} \mathbf{a} = \mathbf{b} = 0, & \text{于 } z=0, \\ d\mathbf{a}/dz = d\mathbf{b}/dz = 0, & \text{于 } z=h. \end{cases} \quad (3.5)$$

由上二式可看到, 对一定地点, 若 ν 预先给定, 则潮流决定于由海面倾斜引起的压力梯度力 $\mathbf{G}$ 。为了研究在各种条件下潮流的垂直结构就要解出对应于任意 $\mathbf{G}$ 的 $\mathbf{w}$ 值, 亦即对应任意 $\mathbf{c}$ 和 $\mathbf{d}$ 的 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 值。 $\mathbf{G}$ 或 $\mathbf{c}$ 和 $\mathbf{d}$ 与 z 无关, 故 (3.4) 是两个非齐次常系数的二阶线性常微分方程, 它们的解很容易得出。

如果水深 h 很大, 则在离海底足够远处底摩擦的影响可以不计。这样的潮流称为无摩潮流, 它的 $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ 值可由 (3.4) 中忽略粘性项得出:

$$\mathbf{a}_g = -i\mathbf{c}/(\sigma + f), \quad \mathbf{b}_g = -i\mathbf{d}/(-\sigma + f), \quad (3.6)$$

这里及以后下标 g 均表示无摩潮流。关于无摩潮流与梯度力之间的关系, Thorade 曾作过很仔细的分析 (见 Defant, 1961), 这里不作进一步讨论。

现在 (3.4) 的解可写成

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{a_g} = 1 - \frac{\cosh \lambda' (2h-z) \cos \lambda' z + \cosh \lambda' z \cos \lambda' (2h-z)}{\cosh 2\lambda' h + \cos 2\lambda' h} \\ \quad + i \frac{\sinh \lambda' (2h-z) \sin \lambda' z + \sinh \lambda' z \sin \lambda' (2h-z)}{\cosh 2\lambda' h + \cos 2\lambda' h}, \\ \\ \frac{b}{b_g} = \begin{cases} 1 - \frac{\cosh \lambda'' (2h-z) \cos \lambda'' z + \cosh \lambda'' z \cos \lambda'' (2h-z)}{\cosh 2\lambda'' h + \cos 2\lambda'' h} \\ \quad - i \frac{\sinh \lambda'' (2h-z) \sin \lambda'' z + \sinh \lambda'' z \sin \lambda'' (2h-z)}{\cosh 2\lambda'' h + \cos 2\lambda'' h}, \text{ 当 } \sigma > f, \\ \\ 1 - \frac{\cosh \lambda'' (2h-z) \cos \lambda'' z + \cosh \lambda'' z \cos \lambda'' (2h-z)}{\cosh 2\lambda'' h + \cos 2\lambda'' h} \\ \quad + i \frac{\sinh \lambda'' (2h-z) \sin \lambda'' z + \sinh \lambda'' z \sin \lambda'' (2h-z)}{\cosh 2\lambda'' h + \cos 2\lambda'' h}, \text{ 当 } \sigma < f, \end{cases} \end{array} \right. \quad (3.7)$$

其中,

$$\lambda' \equiv \left(\frac{\sigma + f}{2\nu} \right)^{1/2}, \quad \lambda'' \equiv \left(\frac{|\sigma - f|}{2\nu} \right)^{1/2}. \quad (3.8)$$

由于当 $\sigma = f$ 时, b_g 不存在, 这时解必须直接以 c, d 来表示:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{c} = \frac{-i}{\sigma + f} \left\{ 1 - \frac{\cosh \lambda' (2h-z) \cos \lambda' z + \cosh \lambda' z \cos \lambda' (2h-z)}{\cosh 2\lambda' h + \cos 2\lambda' h} \right. \\ \quad \left. + i \frac{\sinh \lambda' (2h-z) \sin \lambda' z + \sinh \lambda' z \sin \lambda' (2h-z)}{\cosh 2\lambda' h + \cos 2\lambda' h} \right\}, \\ \\ \frac{b}{d} = \frac{1}{\nu} z \left(h - \frac{z}{2} \right). \end{array} \right. \quad (3.9)$$

当水很深, 即 $h \rightarrow \infty$ 时, 式 (3.7) 简化为:

$$\left\{ \begin{array}{l} a/a_g = 1 - \exp(-\lambda' z) \cos \lambda' z + i \exp(-\lambda' z) \sin \lambda' z, \\ b/b_g = \begin{cases} 1 - \exp(-\lambda'' z) \cos \lambda'' z - i \exp(-\lambda'' z) \sin \lambda'' z, \text{ 当 } \sigma > f, \\ 1 - \exp(-\lambda'' z) \cos \lambda'' z + i \exp(-\lambda'' z) \sin \lambda'' z, \text{ 当 } \sigma < f. \end{cases} \end{array} \right. \quad (3.10)$$

由于我们所关心的不是各个深度潮流的具体数值, 而是上下层的相对变化, 为方便起见, 首先把 x 轴取在与无摩潮流长轴相一致的方向, 并且取无摩潮流达到最大值的时刻作为时间的起点。这样, 无摩潮流的两个椭圆要素, 长轴方向 θ_g 和最大流迟角 χ_g 便都等于零。故由式 (2.7) 知 α_g 和 β_g 也都是零。这意味着 a_g 和 b_g 都是非负实数, 亦即 $a_g = A_g, b_g = B_g$ 。无摩潮流的另两个椭圆要素, 最大流 W_g 和椭圆率 k_g 分别为 $A_g + B_g$ 和 $(A_g - B_g)/W_g$ 。

即使对无摩潮流作了上面的简化处理, 解 (3.8) — (3.10) 仍然是复杂的。为更直观, 我们先给出几个具体计算实例。

表 1 列出的是三个比较有代表性的例子。在这三个例子中, 水深均取无限, $\nu = 200$ 厘米²/秒, $W_{1g} = W_{2g} = 1, k_{1g} = k_{2g} = 0, f$ 分别为 $0.499, 0.939$ 和 1.438×10^{-4} 秒⁻¹ (相当于北纬 $20^\circ, 40^\circ$ 和 80°), σ 取 0.7025 和 1.405×10^{-4} 秒⁻¹ (前者相当于 K_1 和 O_1 的平均值, 后者相当于 M_2)。

表1 根据常粘性系数模型计算的潮流椭圆要素垂直分布

高度 Z (米)	全日潮流 ($\sigma_1=0.7025\times10^{-4}\text{秒}^{-1}$)				半日潮流 ($\sigma_2=1.405\times10^{-4}\text{秒}^{-1}$)				潮流性质 $\rho\equiv w_1/w_2$
	长半轴 W_1	椭圆率 k_1	长半轴 方向 θ_1	最大流 迟角 λ_1	长半轴 W_2	椭圆率 k_2	长半轴 方向 θ_2	最大流 迟角 λ_2	
(a) $\varphi=20^\circ$, $f=0.499\times10^{-4}\text{秒}^{-1}$									
200	1.00	0.00	0	0	1.00	0.00	0	0	1.00
150	1.02	-0.02	-0	-0	1.00	0.00	-0	0	1.02
100	1.03	-0.03	-2	-2	1.00	0.00	0	0	1.03
80	1.03	-0.02	-5	-4	1.01	-0.00	0	1	1.02
60	1.01	0.03	-8	-7	1.03	-0.02	-1	-0	0.99
40	0.94	0.14	-9	-14	1.06	0.00	-3	-5	0.89
20	0.70	0.28	-7	-26	0.91	0.08	-4	-18	0.77
10	0.44	0.35	-4	-35	0.61	0.13	-3	-30	0.72
5	0.24	0.38	-2	-40	0.35	0.15	-1	-37	0.69
1	0.05	0.41	-1	-44	0.08	0.18	-0	-43	0.67
(b) $\varphi=40^\circ$, $f=0.939\times10^{-4}\text{秒}^{-1}$									
200	1.00	0.00	-0	-0	1.00	0.00	0	0	1.00
150	1.01	-0.01	-0	-0	1.00	0.00	0	0	1.01
100	1.03	-0.03	2	2	1.02	-0.02	0	0	1.02
80	1.03	-0.03	3	4	1.03	-0.03	-1	-1	1.00
60	1.01	0.01	6	7	1.03	-0.03	-3	-3	0.98
40	0.96	0.12	12	10	1.01	0.03	-7	-8	0.94
20	0.75	0.28	24	8	0.85	0.19	-8	-20	0.88
10	0.48	0.37	34	5	0.57	0.29	-5	-31	0.84
5	0.27	0.41	39	3	0.33	0.34	-3	-38	0.82
1	0.12	0.44	44	1	0.08	0.37	-1	-43	0.80
(c) $\varphi=80^\circ$, $f=1.436\times10^{-4}\text{秒}^{-1}$									
200	1.00	0.00	0	0	1.02	-0.02	5	5	0.98
150	1.00	0.00	0	0	0.98	0.02	8	7	1.02
100	1.00	-0.00	-0	-0	0.90	0.11	12	12	1.11
80	1.01	-0.02	-0	-0	0.85	0.18	14	14	1.19
60	1.03	-0.03	1	2	0.79	0.27	15	16	1.32
40	1.05	0.01	5	5	0.73	0.42	18	18	1.44
20	0.90	0.12	19	5	0.63	0.64	25	15	1.42
10	0.60	0.19	30	4	0.45	0.74	33	9	1.34
5	0.35	0.23	37	2	0.27	0.76	39	5	1.29
1	0.08	0.25	43	0	0.06	0.80	44	1	1.25

表中 z 为离海底的距离, 下标 1 和 2 分别代表全日潮和半日潮。

由表 1 并参照式 (3.10) 可以看出, 如果不考虑在上层存在的一些微小摆动, 则潮流的垂直变化具有如下基本规律:

1. 随着接近海底, 椭圆长半轴 W 变小。这个规律原是预料之中的, 也是边界条件规定的。

2. 椭圆率 k 随接近海底而增加。在表1中只计算了 $k_g = 0$ 的情况, 实际上只有当 $k_g = \pm 1$ 时, k 值不随深度变化, 对所有其余情况 k 值均随深度增加。这从式(3.10)也可看出。因为 A/A_g 和 B/B_g 在海底处为零, 当 z 足够大时接近于1。但是由于 $\lambda' > \lambda''$, 故 A/A_g 以较快的速率从0变到1。因而在下层 $A/A_g > B/B_g$, 即 $A/B > A_g/B_g$ 。这说明在下层左旋的成份相对地增强了(参看式(2.6)), 这导致 k 值的增加。这个规律是Thorade (1931) 首先注意到的。笔者与市荣誉(Fang and Ichiye, 1983)还对 k 值的增加量作了分析。根据这一规律可以知道, 当上层潮流为左旋时, 到下层椭圆将变得较圆, 而上层为右旋时, 到下层椭圆会变得较扁, 甚至有可能变成左旋。

3. 当 $\sigma > f$ 时(表1(a)的全日潮和半日潮, (b)中的半日潮), 椭圆长轴方向变化不大。叶安乐和沈育疆^[1, 2]曾注意到。仔细的观察可以发现, 如水深足够大, 从上层到中层长轴略向右偏转而再向底层又有左偏回来的趋势。他们还指出, 当水深较浅时, 则从上到下长轴只向左偏。但是笔者等在文献[5]中只是指出变化较小而未把这一现象作为基本规律提出。关于这个问题, 我们在第五节中将作进一步讨论。

当 $\sigma < f$ 时(表1(b)中全日潮, (c)中全日潮和半日潮)情况有本质不同, 这时随着接近海底长轴方向明显地向左偏转。

关于长轴方向的变化也容易由式(3.10)看出。实际上当 $\lambda' z \ll 1$ 时, $a/a_g \approx \lambda' z + i \lambda' z$, 故当 $z \rightarrow 0$ 时, $\alpha \rightarrow 45^\circ$ (注意前已规定 $\alpha_g = 0^\circ$)。同理, 此时 $\beta \rightarrow -45^\circ$ (当 $\sigma > f$) 或 45° (当 $\sigma < f$)。因此由式(2.7)知 $\theta \rightarrow 0^\circ$ (当 $\sigma > f$) 或 45° (当 $\sigma < f$)。

4. 最大流发生时间的变化与长轴方向的变化规律刚好相反。当 $\sigma > f$ 时, X 随深度增加而变小, 亦即下层最大流发生时间提前。这个规律是 Proudman (1953) 首先指出并予定性解释的(虽然他只考虑了 $f = 0$ 的情况)。然而当 $\sigma < f$ 时, X 的变化则是较小的。与方向角变化类似, 当水很深时, 理论解也有最大流时间从上到下先变迟而后又提前的趋势。但文献[5]亦未把它作为基本规律提出, 在第五节中我们也将对此作进一步讨论。

$\sigma = f$ 是一种临界情况。从解(3.9)可看出, b/d 为实数。因为 d 与 z 无关, 故 b 的辐角 β 不随深度变化。因而由式(2.7)知, θ 和 X 的变化均决定于 α 。此时随着趋向海底, 最大流方向向左偏而时间也提前。

5. 全日潮流对半日潮流之比 $\rho \equiv W_1/W_2$ 表征着潮流的类型或性质。表1结果表明, 对于中、低纬度 ρ 值随接近海底而减小, 对高纬度 ρ 先随深度增加而后又略有减小, 但总的来说是增加, 即使在海底附近, ρ 值仍比 ρ_g 大。我国近海均处于中、低纬度, 故一般来说 ρ 随水深而减小。有时可观测到, 在上层是全日潮流类型, 至下层可能变为混合型; 当上层是混合型时, 下层可能变为半日潮流型。不过需要指出的是, 表1中只计算了 k_{1g} 和 k_{2g} 均为零的情况。事实上当它们取不同值时情况可能有所不同。

笔者与市荣誉^[5]曾导出在海底处 ρ 值(记作 ρ_b)与无摩擦潮流的 ρ 值(即 ρ_g)之比为:

$$C \equiv \frac{\rho_b}{\rho_g} = \frac{p'_1(1+k_{1g}) + p''_1(1-k_{1g})}{p'_2(1+k_{2g}) + p''_2(1-k_{2g})} \quad (3.11)$$

其中

$$p'_j \equiv \sqrt{\sigma_j + f}, \quad p''_j \equiv \sqrt{|\sigma_j - f|}, \quad (j = 1, 2). \quad (3.12)$$

若取 $\sigma_1 = 0.7025 \times 10^{-4} \text{秒}^{-1}$, $\sigma_2 = 1.405 \times 10^{-4} \text{秒}^{-1}$, $f = 2\Omega \sin \phi$, $\Omega = 0.729 \times 10^{-4} \text{秒}^{-1}$, 则

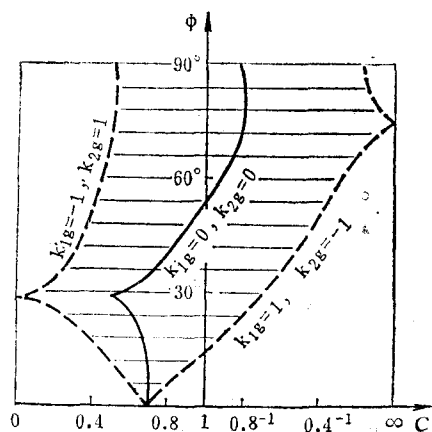


图2 全日和半日潮流比值的变化与纬度的关系

C 值与纬度的关系如图 2 所示。图中阴影部分是 C 值可能的取值区域。由图可知，对中、低纬度 C 值大多落在小于 1 的范围内，而高纬度处则多落在大于 1 的范围内。图 2 还显示了 C 值与无摩擦潮流椭圆率的关系： k_{1g} 越小， k_{2g} 越大，越有利于 ρ_b 值的减小； k_{1g} 越大， k_{2g} 越小，则越不利于 ρ_b 值的减小。由图可知，对于北纬 40° 以南的我国近海， C 值大于 1 的机会是有的，但很小。

文献〔5〕还研究了深度有限的情形，并指出这时的基本特征与水深无限的情况是一致的。所不同的仅是当水深较浅时，上下层差别不如水较深时那样大。不过这里想补充指出，这个结论是在常涡动粘性系数情况下得出的。如果海洋中出现层化现象，即使水深有限，上下层潮流的差别仍有可能超过常涡动粘性系数水深无限情况下的上下层差别。关于这个问题笔者拟另文讨论。

四、某些实际观测结果

由于上述理论是在十分简化了的假设条件下推演的，这些规律是否符合实际，需要用观测资料来检验。笔者与郑文振等

表2 实测 M_2 分潮椭圆要素的垂直分布

层 次 (米)	记录长度 (天)	长半轴 W (厘米/秒)	椭圆率 k	长半轴 方向 θ' (度)	最大流 迟角 α (度)
站号 A (爱尔兰海, 水深 41.1 米, $f/\sigma = 0.84$)					
16	32	64.4	0.04	269.1	60.7
25	21	60.2	0.06	271.7	53.9
40.5	32	32.8	0.18	265.0	52.9
站号 B (芬地湾, 水深 4.8 米, $f/\sigma = 0.74$)					
23	44	84.4	0.00	38	18.5
33	41	75.2	0.05	35	16.6
38	41	72.6	0.07	36	15.2
43	44	63.5	0.08	35	14.0
站号 C (芬地湾, 水深 47 米, $f/\sigma = 0.74$)					
15	57	86.5	-0.08	56	25.7
25	57	76.3	0.06	56	17.6
42	28	54.6	0.18	56	7.1
站号 D (芬地湾, 水深 54 米, $f/\sigma = 0.74$)					
29	14	86.4	0.00	59	18.7
39	10	74.5	0.06	62	12.4
44	14	66.5	0.12	62	15.8
49	14	57.2	0.13	62	11.3

注：长半轴方向以正北为 0° ，正东为 90° 。

在全国海洋综合调查报告 (1964) 中曾对实测潮流进行了比较系统的统计分析，所得主要结论亦与前述理论基本一致。当时由于缺乏理论指导，所作分析仍存在不妥之处，特别是没有把 $\sigma > f$ 和 $\sigma < f$ 两种情况区别开来。笔者在 1965 年又对北部湾的潮流观测作了统计分析和理论探讨，但该海区半日和全日潮波的角频率 σ 均大于 Coriolis 参量 f ，故亦未研究 $\sigma < f$ 的情形。同时由于当时资料的限制，各站观测天数都较少，不得不对许多站进行统计平均。目前国外发表了一些天数较多的资料，国内也进行了一些较长期的观测，这里我们将把所能得到的一些观测系列最长的测流资料分析结果列出，

并与理论作一比较。

表2列出的4个站实测 M_2 分潮流椭圆要素系根据Wolf (1980) 和Tee (1982) 的分析结果。其中A站位于靠近英国的爱尔兰海中, 观测时间为连续一个月。由于仪器故障只有最上层是完整的一个月, 中层只21天。底层未能取得本站的数据, 表中所列系同期观测该站东西两侧两站底层的平均值, 这两站相距本站约14公里。B, C, D三站是在加拿大芬地湾取得的。遗憾的是, 由于上述两海区都是全日潮非常弱的海区, 全日潮流调和常数或椭圆要素没有发表。因此表2中所有站均属于情况 $\sigma > f$ 。注意, 为了与习惯一致, 表中椭圆轴的方向角以正北为 0° , 顺时针增加, 这与前面理论分析及表1中定义相反, 我们以 θ' 记之, 以示区别。但椭圆率的定义与理论讨论中相同, 仍取逆时针方向旋转为正。

由表2明显看出 W 、 k 和 X 的变化与前面理论结果完全一致。唯一的例外是D站39米层的 X 值, 这可能与该层记录长度与其它各层不一致有关。C站的潮流旋转方向还从顶层的顺时针变为下层的逆时针旋转。长轴方向 θ' 的垂直变化总的特点是上下相差不大, 这与第三节中的结论也是一致的。A站 θ' 值看起来有中层右偏现象, 但该站三层资料不一致(见前), 也有可能导至这样

表3 实测全日和半日潮流椭圆要素的垂直分布

层 次 (米)	全 日 潮 流				半 日 潮 流				潮流性质
	长半轴	椭圆率	长半轴	最大流	长半轴	椭圆率	长半轴	最大流	$\rho \equiv$
	W_1 (厘米/秒)	k_1	方向 θ_1' (度)	迟角 λ_1 (度)	W_2 (厘米/秒)	k_2	方向 θ_2' (度)	迟角 λ_2 (度)	W_1/W_2
站号E (水深18米, 记录长度23天, $f/\sigma_1=0.74$, $f/\sigma_2=0.37$)									
5	27.1	-0.28	26	8	22.7	-0.32	35	100	1.19
13	11.9	-0.16	27	1	18.5	-0.21	41	88	0.64
站号F (水深30.1米, 记录长度24天, $f/\sigma_1=1.12$, $f/\sigma_2=0.56$)									
5	10.9	0.28	210	64	64.8	-0.63	108	101	0.17
10	12.5	0.11	185	82	68.5	-0.65	108	95	0.18
20	7.2	0.18	196	80	62.5	-0.62	108	90	0.12
28.1	7.2	0.42	165	92	41.7	-0.58	111	80	0.17
站号G (水深65.1米, 记录长度10天, $f/\sigma_1=1.29$, $f/\sigma_2=0.65$)									
5	34.9	0.04	316	28	43.4	-0.09	131	173	0.80
10	31.7	0.09	317	28	44.0	-0.20	126	174	0.72
20	27.0	0.26	301	38	46.6	-0.17	123	171	0.58
30	26.9	0.35	293	41	43.8	-0.16	124	165	0.61
63.1	20.6	0.45	282	40	31.3	0.01	127	154	0.66
站号H (水深54.8米, 记录长度7天, $f/\sigma_1=1.30$, $f/\sigma_2=0.65$)									
5	61.9	-0.05	291	40	68.1	0.11	114	174	0.91
10	62.7	0.00	286	36	76.9	0.05	117	172	0.82
20	57.6	-0.07	282	32	72.3	0.01	112	174	0.80
40	42.0	0.37	273	27	64.9	-0.08	104	164	0.65
52.8	28.8	0.38	266	25	43.8	0.06	103	153	0.66

小的角度差别。

由于没有全日潮流资料,不能由表2验证当 $\sigma < f$ 时潮流的垂直分布规律,也不能验证潮流性质的变化。我国近海是一个潮流类型齐全的海区,这为我们检验各种条件下潮流垂直分布提供了一个良好的场所。故在表3中列出了在我国近海分析得出的全日潮流和半日潮流的垂直分布情况。我国尚缺乏长期系统的连续观测资料,绝大多数站只是进行多次周日观测。虽然我们在表3中采取了天数尽可能多的资料,但由于资料质量还不够好,只能反映出总的变化规律。

E站的资料是最好的,连续观测了23天,可惜只有两层。这个站位于北部湾,对全日潮和半日潮均满足 $f < \sigma$ 。F站在南黄海,对全日潮有 $\sigma < f$,对半日潮有 $\sigma > f$,只是该站全日潮流较弱。G和H两站在渤海海峡一带,与F站类似,对全日潮 $\sigma < f$,对半日潮 $\sigma > f$,但这里全日潮流较强。对所有这四个站的全日或半日潮流都可以看到,随着接近海底,长半轴 W 变小,椭圆率 k 增加。只是H站 k 值变化有点不大规则,这可能与观测天数不够多有关。E站的全日和半日潮流, F、G、H站的半日潮流均属于 $\sigma > f$ 类型。由表3可看到它们的迟角 X 均随深度的增加而减小。但方向角 θ' 的变化较小且无一定规律: E站向右偏转, F站上下几乎不变, G站略向左偏再向右偏, H站向左偏。F、G、H三站的全日潮流属于 $\sigma < f$ 类型,由表3明显看出,它们长半轴方向和迟角的变化与 $\sigma > f$ 的情况迥然不同。所有三站长半轴方向均随着接近海底而明显向左偏转。但是迟角的变化则无共同规律: F和G站增加而H站减小。表3中所列各站均属于中、低纬度区域。根据前面理论,一般来说比值 $\rho \equiv W_1/W_2$ 应随深度增加,而表中实测数值也证明了这一点。但F站看来上下层变化不大,这与全日潮流左旋、半日潮流右旋有关,因为如第三节所述,全日潮流 k 值越大,半日潮流 k 值越小,越不利于 ρ 值的减小。

由表2和表3的实测结果我们可以看到,潮流椭圆长轴、椭圆率、当 $\sigma < f$ 时的长轴方向、当 $\sigma > f$ 时的最大流迟角以及全日潮流对半日潮流的比值这五个特征参量的实测垂直变化均显示出明显和确定的规律,并且这些规律都与理论结果一致。而当 $\sigma > f$ 时的长轴方向和当 $\sigma < f$ 时的最大流迟角的实测垂直变化则未能显示出共同的规律。我们认为这与理论结果的下述特点有关: 即,对前面五种情况,当接近海底时理论结果均呈现变化的单调性(我们不考虑在上层出现的一些小的数值摆动)。特别当 $\sigma < f$ 时长轴方向角 θ 随接近海底而单调增加,当 $\sigma > f$ 时迟角 X 单调减小。故理论结果显示出较强趋向性。但对后面两种情况则理论变化系非单调的: 当 $\sigma > f$ 时 θ 先减小再增加,当 $\sigma < f$ 时 X 先增加后减小,并且在无限靠近海底处,这两种情况下的 θ 和 X 值和无摩擦潮流相同。亦即理论结果本身没有单向的趋向性。但是理论所得出的关于当 $\sigma > f$ 时 θ 值变化和 $\sigma < f$ 时 X 值变化的如下结果是与实测一致的: 即当 $\sigma > f$ 时, θ 变化较小,特别是比 X 的变化来得小; 当 $\sigma < f$ 时, X 变化较小,特别是比 θ 的变化来得小。因此笔者等^[5]把它们变化较小作为基本特征,而未把具体变化情况作为基本特征。关于这两个量在所述情况下的具体变化为什么对不同地点出现不同情况的问题,尚待进一步研究,这可能要考虑更复杂的机制。

五、结 论

实测结果表明,理论上所得出的关于潮流垂直结构的基本特征是符合实际的,但是理论上所得出的较小的、非单调的变化则未能为观测所证实。这些基本特征可归纳如下几点。

1. 当趋向海底时,潮流椭圆长半轴减小。
2. 潮流椭圆率增加,亦即若上层潮流为左旋,则下层的将变得较圆;若在上层右旋,则在下层变得较扁甚至可能变为左旋。
3. 椭圆长轴方向的变化决定于潮波角频率 σ 和Coriolis参量 f (后者又决定于地理纬度 ϕ)。

若 $\sigma < f$, 则椭圆长轴随着接近海底向左偏转; 若 $\sigma > f$, 则变动较小。

4. 最大流发生时间的变化也决定于 σ 和 f 。若 $\sigma > f$, 则随着接近海底时间提前, 若 $\sigma < f$, 则变化较小。

当 $\sigma = f$ 时, 长轴向左偏转同时最大流发生时间也提前。临界的地理纬度依分潮角频率而不同: O_1 在 $27^\circ.6$, K_1 在 $30^\circ.0$, M_2 在 $74^\circ.5$, S_2 在 $85^\circ.8$ 。

5. 全日潮流和半日潮流椭圆长半轴之比的变化主要决定于地理纬度。一般在中、低纬度处随着接近海底, 这个比值变小; 在高纬度相反。但潮流的旋转率对这个比值变化也有重要影响: 右旋的全日潮流和左旋的半日潮流有利于比值的减小, 反之亦然。

上面结论适用于北半球。对南半球, 只是Coriolis力与北半球相反, 容易对有关结论作相应修改。

参 考 文 献

- [1] 叶安乐, 1984. 潮流椭圆长轴方向随深度变化的特征。海洋湖沼通报 (待刊)。
- [2] 沈育疆、叶安乐, 1984. 东中国海三维半日潮流场数值计算。海洋湖沼通报 (待刊)。
- [3] 陈宗镛, 1980. 潮汐学。科学出版社, 80—82页。
- [4] Defant, A., 1961. *Physical Oceanography*, vol. 2, pergamon press: 323—336.
- [5] Fang, G. & Ichiye, T. (方国洪、市荣誉), 1983. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 73 (1): 65—82.
- [6] Godin, G., 1972. *The Analysis of Tides*, Univ. Toronto Press: 147—148.
- [7] Kundu, P. K. et al., 1981. *J. Phys. Oceanogr.* 11(8): 1139—1149.
- [8] proudman, J., 1953. *Dynamical Oceanography*, Methuen: 310—315.
- [9] Sverdrup, H., 1927. *Geofys. Publ.* 4(5), Oslo: 1—75.
- [10] Tee, K. T., 1982. *Estuar. Coast. Shelf Sci.* 14(1): 27—48.
- [11] Thorade, H., 1931. *Probleme Kosm. Phys.*, 14: 152—159.
- [12] Wolf, J., 1980. in *Marine Turbulence* (Nihoul ed.): 287—302.

BASIC CHARACTERISTICS OF THE VERTICAL STRUCTURE OF TIDAL CURRENTS—A COMPARISON OF THEORY AND OBSERVATIONS

Fang Guohong

(Institute of Oceanology, Academia Sinica)

Abstract

The theoretical results on the basic characteristics of the vertical structure of tidal currents are reviewed and compared with the observational results. The comparison shows that the basic characteristics derived from the theory agree with those from the observations.