



# 长江口地区海平面资料的数字滤波\*

胡光锐

段华琛

(上海交通大学)

(上海地震局)

## 一、前言

对长江口地区吕泗、吴淞、中浚、金山嘴等验潮站海平面资料进行频谱计算并对其中的频谱峰值进行周期性检验后，得到年以内周期分量为：年周期、半年周期、1/3年周期、近点月周期(27.55天)、24.1天周期、半朔望月周期(14.76天)、13.66天周期、9.6天周期、7.7天周期等<sup>〔1〕</sup>。为了排除干扰、消除周期因子对海平面变化的影响，需对其主要的周期分量设计数字滤波器进行滤波。

笔者曾用美国J. H. McClellan等编制的线性相位有限冲激响应(FIR)数字滤波器计算程序<sup>〔1〕</sup>，设计所需要的点阻滤波器，但用该方法计算工作量大，而且不能得到理想的结果。相比之下，用本文所要介绍的递归点阻滤波器——无限冲激响应IIR数字滤波器，设计原理简单，计算量小，而且实际计算结果表明，其点阻滤波效果也好。

用递归点阻数字滤波器对海平面资料进行零相位滤波，可使滤波前后的数字信号频谱不发生畸变。这样就能较好地保留数字信号所表示的信息，对进一步分析处理滤波之后的数字信号，提取所需信息是非常有利的。

## 二、方法和原理

### 1. 满足点阻特性的递归滤波器

对海平面资料消除周期因子的影响进行数字滤波，需设计数字滤波器，使其频率响应对应于所需消除周期的频率值(点)上振幅为零，而在其它频率值上振幅为1。这样的数字滤波器称为点阻滤波器。

例如对于消除一个周期因子影响的点阻滤波器，要求其频率响应：

$$H_d(e^{j\omega t}) = \begin{cases} 1 & \omega \neq \omega_0 \\ 0 & \omega = \omega_0 \end{cases}$$

对于递归滤波器，其频率响应：

$$H(f) = \frac{\sum_{i=0}^N f_i e^{-j2\pi f_i \Delta t}}{1 + \sum_{i=0}^L g_i e^{-j2\pi f_i \Delta t}}$$

相应的传递函数：

$$\hat{H}(Z) = \frac{\sum_{i=0}^N f_i Z^{-i}}{1 + \sum_{i=0}^L g_i Z^{-i}}$$

将该传递函数化为如下形式：

$$\hat{H}(Z) =$$

$$\frac{f_0(1-Z_1Z^{-1})(1-Z_2Z^{-1}) \cdots (1-Z_nZ^{-1})}{(1-P_1Z^{-1})(1-P_2Z^{-1}) \cdots (1-P_LZ^{-1})}$$

其中 $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ 是分子的零点， $P_1, P_2, \dots, P_L$ 是分式的极点。显然，只要确定该式的零点和极点，也就可以知道该传递函数。

对于满足点阻特性的二阶递归滤波器，可以如下安排零、极点位置：

因为在 $\omega_0$ 处有无限大衰减，只需共轭零点为 $Z_{1,2} = e^{\pm j\omega_0 T}$ ，为了同时做到对其他频率无衰减，必须在零点和单位圆内侧附近各配上一个极点。这样，当 $Z = e^{j\omega T}$ 离开 $Z_1$ 和 $Z_2$ 时，

\* 本工作得到华东师大胡方西、沈焕庭先生的指导和帮助，谨表谢忱。

1) 顾福年、胡光锐, 1980。上海交大科技资料。

从它到零点的距离和从它到相应的极点的距离几乎相等，而其几何意义即为  $\hat{H}(Z) \cong 1$ （见图 1）。

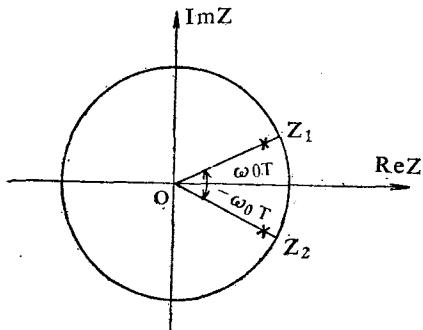


图 1

为了较好地满足点阻特性的要求，可应用三个二阶递归滤波器相级联，即用三对共轭零点和三对共轭极点组成六阶点阻滤波器。其零、极点位置如图 2 所示。

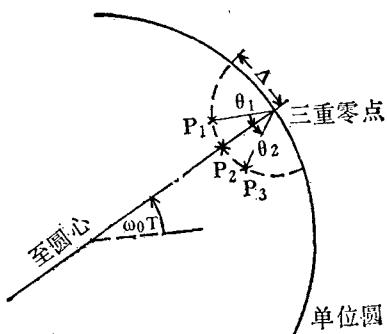


图 2

三个零点重合在一起，而三个极点分布在以零点为中心，以 $\Delta$ 为半径的小圆上。其中：

$$P_1 = e^{j2\pi f_0 \Delta t} - \Delta \cdot e^{j(2\pi f_0 \Delta t - \theta_1)}$$

$$P_2 = (1 - \Delta) e^{j2\pi f_0 \Delta t}$$

$$P_3 = e^{j2\pi f_0 \Delta t} - \Delta \cdot e^{j(2\pi f_0 \Delta t + \theta_2)}$$

该滤波器的传递函数为：

$$\hat{H}(Z) = \hat{H}_1(Z) \cdot \hat{H}_2(Z) \cdot \hat{H}_3(Z) \quad (1)$$

其中  $\hat{H}_1(Z) =$

$$\frac{(1 - e^{j2\pi f_0 \Delta t} Z^{-1})(1 - e^{j2\pi f_0 \Delta t} Z^{-1})}{(1 - P_1 Z^{-1})(1 - P_1^* Z^{-1})} \quad (2)$$

式中， $P_1$  即上面设计的极点值，而  $P_1^*$  为其共轭极点值。因此相应于  $\hat{H}_1(Z)$  的递归滤波

是：

$$y_i(n) = x_i(n) - 2\cos(\omega_0 T) \cdot x_i(n-1) + \\ + x_i(n-2) + (p_1 + p_1^*) y_i(n-1) - \\ - p_1 \cdot p_1^* y_i(n-2)^1 \quad (3)$$

实现递归滤波的系数是：

$$p_1 + p_1^* = 2[\cos 2\pi f_0 \Delta t \\ - \Delta \cdot \cos(2\pi f_0 \Delta t + \varphi_1)] \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$p_1 \cdot p_1^* = 1 + \Delta^2 - 2\Delta \cos \varphi_1 \quad (i = 1, 2, 3)$$

其中， $\varphi_1 = -\theta_1$ ， $\varphi_2 = 0$ ， $\varphi_3 = \theta_2$ 。

## 2. 关于 $\Delta$ 、 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 的选取

利用 (3) 式在数字计算机上实现递归滤波时，上述系数将有存贮截尾或舍入误差，设该误差为 $\varepsilon_0$ 。系数 $2\cos 2\pi f_0 \Delta t$ 就以 $2\cos 2\pi f_0 \cdot \Delta t + \varepsilon_0$ 存入，也即 (2) 式之零点位置有了移动，而使理想的零点位置 $e^{\pm j2\pi f_0 \Delta t}$ 被 $e^{\pm j(2\pi f_0 \Delta t + \delta)}$ 代替，而得到：

$$2\cos(2\pi f_0 \Delta t + \delta) \\ = 2\cos 2\pi f_0 \Delta t + \varepsilon_0 \\ \frac{\cos(2\pi f_0 \Delta t + \delta) - \cos 2\pi f_0 \Delta t}{\delta} \\ = \frac{\varepsilon_0}{2\delta}$$

对于足够字数的数字计算机，其舍入误差 $\varepsilon_0$ 是很小的，相应地使 $\delta$ 也很小，上式左边可以看作 $\cos 2\pi f_0 \Delta t$ 微分的很好逼近，因此有：

$$\delta \cong -\frac{\varepsilon_0}{2\sin 2\pi f_0 \Delta t}$$

也即表明传递函数的零点在单位圆上由原来位置旋转移动了 $-\frac{\varepsilon_0}{2\sin 2\pi f_0 \Delta t}$ 角度。如果该点阻滤波器要保持对 $\omega_0$ 的抑制作用，显然其转动的幅度应远小于 $\Delta$ 值。所以选择 $\Delta$ 需满足如下条件：

$$\frac{\varepsilon_0}{2\sin 2\pi f_0 \Delta t} \ll \Delta \ll 1^2$$

1) 复旦大学，《信息数字处理》讲义。

2) 南京工学院，《数字信号处理》讲义。

在实际计算中， $\Delta$ 值越小，滤波器的频率响应越接近理想情形，但 $\Delta$ 值太小，则对计算中舍入误差的影响十分敏感甚至会导致发散。

(3) 式中系数 $p_1 + p_1^*$ 和 $p_1^* \cdot p_1$ 的舍入误差会引起极点位置的移动。但经过参数 $\Delta$ 、 $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 的选择，可使影响极点偏移的误差主要来自系数 $p_1 + p_1^*$ 的舍入。设 $p_1 + p_1^*$ 的舍入误差为 $\epsilon_1$ ，由类似的推导，极点偏移也是旋转

$-\frac{\epsilon_1}{2\sin 2\pi f_0 \Delta t}$ 角度。因此参数 $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 对点阻滤波器的频率特性影响不大，一般选 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{\pi}{3}$ 。

### 3. 零相位滤波

(2) 式传递函数为有理函数，其频率响应 $H(f)$ 一般是复的：

$$H(f) = A(f)e^{j\theta(f)}$$

其相位特性 $\theta(f)$ 不为零。但是，对海平面资料进行滤波要求，滤波之后的数字信号其频谱相位信息不变，也即滤波以后数字信号不失真，因此要求作零相位滤波。

假如点阻滤波器的频率响应函数为：

$$H_d(f) = \begin{cases} 1 & \omega \neq \omega_0 \\ 0 & \omega = \omega_0 \end{cases}$$

则 $G(f) = H_d(f) \cdot H_d^*(f)$

$$= |H_d(f)|^2 = \begin{cases} 1 & \omega \neq \omega_0 \\ 0 & \omega = \omega_0 \end{cases}$$

式中 $H_d^*(f)$ 为 $H_d(f)$ 的共轭。

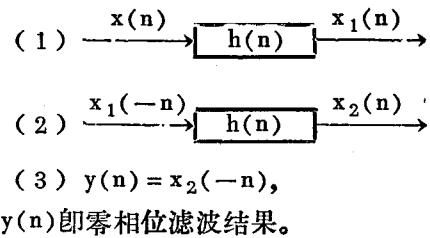
也即： $G(e^{j2\pi f t}) = H_d(e^{j2\pi f t})$

$$\cdot H_d(e^{-j2\pi f t}) = |H_d(e^{j2\pi f t})|^2$$

$$= \begin{cases} 1 & \omega \neq \omega_0 \\ 0 & \omega = \omega_0 \end{cases}$$

显然， $G(f)$ 为实数，其即为零相位滤波器的频率响应函数。所以可把数字信号先正向递归滤波，然后再反向递归滤波，来达到零相位滤波的目的<sup>1)</sup>。

其滤波过程为：



### 三、计算结果

理想的点阻滤波器频率响应如图3所示。 $H_d(e^{j\omega T})$ 在 $\omega_0$ 处其值为零，而在 $\omega_0$ 二边紧挨 $\omega_0$ 处函数值应为1。也即 $H_d(e^{j\omega_0 T})$ 在 $\omega_0$ 的二边有突跳现象，函数值不连续。此外，理想滤波器时间函数 $h(n)$ （也称为滤波因子）长度应是无限的，即 $-\infty < n < \infty$ 。可是在实际滤波计算中，我们只取 $h(n)$ 的有限部分，由于这些原因，使滤波器的频率响应曲线相对原来的理想滤波器产生变形，有较严重的振动现象，称为吉卜斯现象。虽然可以采取措施加以改善，但理想的点阻滤波器实际上不可能实现。加上数字信号时域截断、量化效应以及上面提到的递归滤波计算中系数的舍入误差等原因，数字滤波的结果会有一些误差。

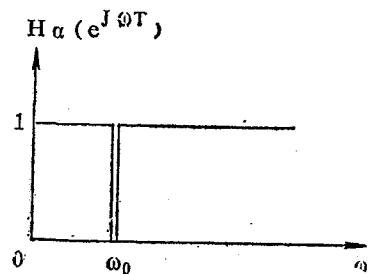


图 3

海平面变化有一些周期因子（如7.7天、9.6天、13.66天等）的频谱幅值是微小的。如果单纯地对每个周期因子都进行点阻滤波，一方面将大大增加计算工作量；另一方面，上面所谈到的滤波计算中误差的传递累积，可能还会使滤波效果不好，以致不仅不能有效地压制

1) 顾福年、胡光锐, 1983。《数字信号处理》习题解答。科学出版社, 待刊。

干扰，还可能使有效信号的频谱产生畸变。采用月平均海平面作为时间序列样本信号，实际上相当于把以日平均海平面为样本的时域信号通过一个低通滤波器，把月以下周期因子（如1/4月周期、1/3月周期、半月周期等）的影响基本上消除。这样，只需对1/3年、1/2年、年周期进行滤波。其中对每一个周期因子的滤波，即如本文第一部分所述，通过用三个二阶递归滤波器相级联来实现，而对该三个周期因子的滤波，即为九个二阶滤波器级联。数字滤波是消除正弦分量的周期影响。由于太阳幅射能的缘故，每年气象、海况等因子有规律地变化，使海平面也随之产生年规则变化。所以在

编制数字滤波程序时，对海平面规则变化作了定量统计并消除其对海平面年变化的影响。

根据巴什瓦尔定理<sup>(2)</sup>：

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df$$

把海平面资料对主要周期因子进行数字滤波后，其频域能量明显地减少，相应地时域信号的能量也必然会随之减少。因此，我们可通过计算滤波前后时域信号的标准偏差了解滤波的效果。

以海平面月均值对三个周期因子进行滤波，并消除海平面年规则变化以后，海平面变化的标准偏差减小了二分之一以上。具体计算结果见下表。

标准偏差表

站名	原有	过滤年周期	过滤半年周期	过滤1/3年周期	消除规则变化
吕泗	13.713	8.402	8.376	8.371	5.540
吴淞*	20.730	15.158	15.055		7.975
金山嘴	14.665	9.197	9.171	9.157	5.232
中浚	15.105	10.046	10.025	10.023	6.038

\* 吴淞站位于长江口内，窄带随机干扰影响大，这里仅对年周期和半年周期进行滤波。

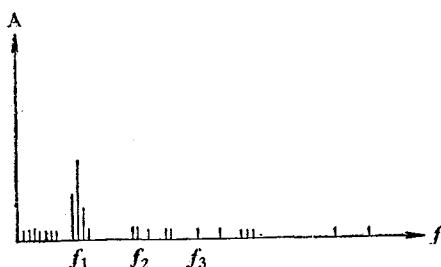


图4a 吕泗站月海平面之周期

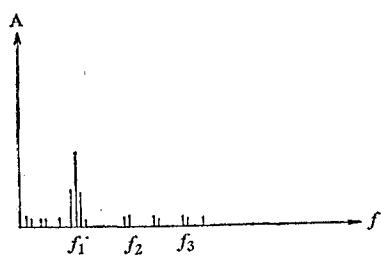


图5a 金山嘴月海平面之周期

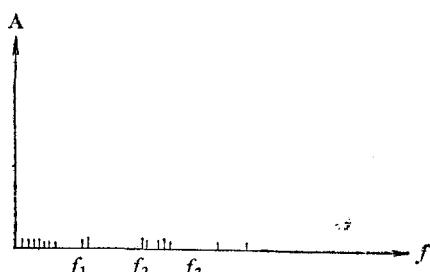


图4b 滤波和消除年规则变化后  
吕泗站之周期

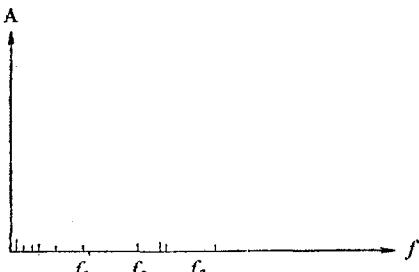


图5b 滤波和消除年规则变化后  
金山嘴之周期

此外，为了检验滤波和消除年规则变化后的效果，还对四站月平均海平面进行频谱计算制作周期图，又对进行滤波并消除年规则变化后的四站资料进行频谱计算制作周期图。计算结果，四站的情况基本一致。现以吕泗、金山嘴验潮站为例，该两站的周期图结果见图4a、图5a、图4b、图5b。

比较这两种周期图计算结果可以清楚地看出，原先周期图在年周期、半年周期、1/3年

周期的频率点（即图中 $f_1$ 、 $f_2$ 、 $f_3$ ）处有谱峰值；而经过滤波消除年规则变化后计算得到的周期图，这三个谱峰值都消失了。

## 参 考 文 献

- [1] 段华琛，1982。长江口附近验潮站海平面资料的周期图分析和周期信号检验。海洋科学 3 : 6 —10。
- [2] 程乾生，1979。信号数字处理的数学原理。石油工业出版社，第82页。

## DIGITAL FILTERING OF THE SEA-LEVEL DATA NEAR THE MOUTH OF THE CHANGJIANG (YANGTZE) RIVER

Hu Guangrui

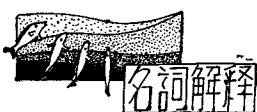
(Shanghai Jiao Tong University)

Duan Huachen

(Shanghai Seismological Bureau)

### Abstract

We present in this paper the digital filtering of sea-level data, and the results obtained thereupon. By using monthly mean data to filter and eliminate the regular annual change, the influence of the periodic factors on sea-level data has been apparently eliminated.



浮游生物(Plankton)

是一个在水层中漂泊不定、随波逐流、运动能力极弱、营漂浮生活的独特的类群。它包括浮游植物和浮游动物两大类。浮游生物形态各异，各种类个体大小不一，绝大多数必须置于显微镜下才能识别其貌。浮游生物既是许多经济水产动物的饵料，有的本身又是水产品。它们在各大洋和湖泊均有分布，是水生生物的一个重要组成部分，在海洋学、湖沼学研究上有一定意义。

1887年，德国人Victor Hensen首先使用Plankton一词来称呼这类独特生活方式的水生生物。接着，E. Haeckel的《浮游生物研究》著作问世以后，Plankton这个名词术语为学术界所广泛使用。

近三十年以来，国际上对浮游生物的调查范围正向外海、深海、热带海和两极海域扩展，已基本上摸清了北大西洋及邻近海区、美国和日本近海浮游生物分布的规律。我国在五十年代的海洋综合调查也填补了中国近海浮游生物分布的空白。

浮游生物的研究至今仍以自然生态调查为主，在实验生态方面已越来越多地应用生理、生化等手段探讨浮游生物的生态规律。  
（林民玉）

### 山东环境科学学会海洋专业委员会学术讨论会在青岛召开

山东环境科学学会海洋专业委员会学术讨论会于1982年11月24至28日在青岛召开。68位正式和特邀代表出席了会议。16位同志在大会上作了学术报告。会议以胶州湾的污染调查研究为主，从污染源调查、水体评价、污染生态学的研究、污染物在水体的存在形式及其迁移转化规律、综合治理方案方面，进行了较为系统的探讨交流。代表们还对学术报告中的某些观点展开了热烈的讨论，提出了一些不同看法。代表们一致呼吁，要积极开展海域自净能力与环境质量评价及海洋生态学系统负荷能力的研究，为制订环境管理政策和港口工程建设等提供可靠的基础理论依据。与会代表摒弃门户之见充分发扬民主，就环境科学如何为开创现代化建设新局面贡献力量，以及如何搞好学会工作热情积极地献计献策。

学会负责人李冠国、吴宝铃二位教授还介绍了国际学术动态，进一步活跃了学术气氛。  
（孙佩锦）

简  
讯