

# 越洋海啸波传播数学模型的研究

李大鸣<sup>1</sup>, 付庆军<sup>1</sup>, 李锐<sup>2</sup>

(1. 天津大学 建筑工程学院暨港口与海洋工程教育部重点实验室, 天津 300072; 2. 青岛市水利局 西海岸供水管理处, 山东 青岛 266555)

**摘要:** 应用内外解匹配的方法和驻相法推导了柱坐标系下地震引起的水面波动方程的解, 即推导了地震海啸波生成与传播的理论方程, 并对越洋地震海啸理论方程进行了求解。基于 Boussinesq 方程出发, 建立了二维越洋海啸波传播数学模型, 并对越洋海啸进行了数值计算, 计算方法采用有限差分方法, 差分格式采用交替方向隐格式 (Alternating Direction Implicit 即 ADI 方法)。利用越洋海啸计算模式对发生在大洋中的地震海啸进行了模拟, 将数值模拟结果与地震海啸波理论方程的计算结果进行了比较, 两种计算结果吻合较好。

**关键词:** 越洋海啸; 地震海啸; 数值模拟; 交替方向隐格式法 (ADI 方法)

中图分类号: P73

文献标识码: A

文章编号: 1000-3096(2010)05-0067-06

海啸是指由海底地震、火山爆发、海底滑坡、塌陷以及大气事件所产生的具有超大波长和周期的水波<sup>[1]</sup>。常见的海啸多为地震海啸, 地震海啸按其发生的源地与受灾区距离的远近分为越洋海啸和局地海啸。越洋海啸是横跨大洋或从远洋传播而来的海啸; 而局地海啸为生成源地和受灾地区处在同一地区<sup>[2]</sup>。

目前关于海啸的研究多为数值模拟方法, 在众多的数值模拟模型中, 主要包括 4 类<sup>[3,4]</sup>: 第 1 类是基于长波方程浅水理论的模型, 此类模型中应用最广泛的是 Tohoku 大学的 TUNAMI2N2 模型, 此外还有 NO-AA 海啸研究中心 (NCTR) 所应用的 MOST 模型、Cornell 大学的 COMCOT 模型以及中国的业务化模型等等<sup>[5]</sup>。第 2 类是基于 Boussinesq 方程的模型, 如经典的 Boussinesq 方程模型以及 Delaware 大学改进的 Boussinesq 方程模型等<sup>[6]</sup>。第 3 类是基于完全非线性势流理论的模型。第 4 类是基于 Navier-Stokes 方程的模型等<sup>[7]</sup>。

二维越洋地震海啸波传播数学模型, 采用的是球面坐标系下的越洋海啸控制方程, 计算方法采用有限差分方法, 差分格式采用交替方向隐格式法 (Alternating Direction Implicit 即 ADI 方法)。利用该模型对地震海啸波在全球范围大洋中的传播进行了数值模拟, 模拟效果较好。

## 1 海啸波传播理论方程的推导

### 1.1 波动满足的方程与条件

海啸发生的原因有两个: 一是海底火山爆发等

其他原因, 海底受到水下爆炸力的冲击, 使附近海面突然涌高; 二是地震引起海面隆起或塌陷使附近海面突然涌高<sup>[8]</sup>。因此, 海啸的发生可以归结为两种瞬时作用力引起的, 即一种是海底受到冲击压力的作用, 另一种是海面受到海底隆起或塌陷升降扰动的作用。根据基本运动方程式中所考虑的瞬时作用力的模式不同, 可以求得不同的海啸波动模式。假设海水是不可压缩的理想液体, 海水运动是有势的即为无涡运动且波高很小。因此, 问题归结为寻求速度势  $\phi(x, y, z, t)$ , 该势函数一方面应满足拉普拉斯方程式, 另一方面应满足边界条件和初始条件。满足的拉普拉斯方程<sup>[9]</sup>为:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

在海面  $z = 0$  的自由表面上, 动力条件为:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = g\eta \quad (2)$$

运动条件为:

$$-\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (3)$$

由动力条件和运动条件得动力学条件为:

收稿日期: 2008-11-19; 修回日期: 2010-01-19

作者简介: 李大鸣(1957-), 男, 河北枣强人, 教授, 博士, 博士生导师, 主要从事水力学及河流动力学、海岸工程及数值计算工作, 电话: 022-87401579, E-mail: lidaming@tju.edu.cn

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

在海底  $z = -h$  的边界处, 当只在水面上受到外力 (包括海面的突然升降) 作用时, 在海底:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

在地震使海底隆起的情况下, 海底的变动速度为:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = f(x, y)h(t) \quad (6)$$

海底变动范围  $f(x, y)$  和时间的变化  $h(t)$  两者可以由各种各样的组合情况, 此外还必须考虑初始条件。

### 1.2 波动方程理论解的推导

假设某次海啸发生时, 海底的变动情况如图 1 所示。

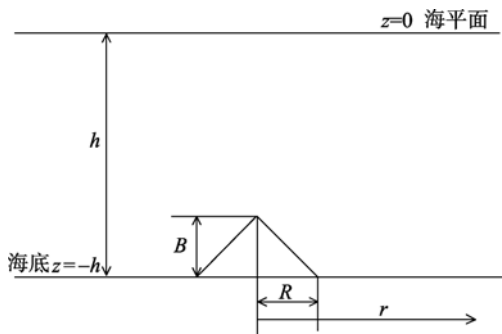


图 1 海底隆起示意图

Fig. 1 Seabed up-heaving sketch map

海底隆起的范围为半径  $R$  的区域, 隆起的最大高度为  $B$ 。在大于  $R$  的区域内, 即当  $r > R$  的范围内, 对拉普拉斯方程(1)由直角坐标系  $(x, y, z)$  转化到柱面坐标系  $(\rho, \lambda, z)$  下:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \phi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \lambda^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (7)$$

应用分离变量法, 将速度势函数  $\phi$  分离为空间函数  $\varphi(\rho, \lambda, z)$  与时间函数  $T(t)$  的乘积形式, 即  $\phi(\rho, \lambda, z, t) = \varphi(\rho, \lambda, z)T(t)$ , 代入上式得:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \lambda^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (8)$$

对空间函数  $\varphi(\rho, \lambda, z)$  再次应用分离变量法得, 即  $\varphi(\rho, \lambda, z) = K(\rho)Q(\lambda)Z(z)$ , 代入上式整理得:

$$\frac{1}{K} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial K}{\partial \rho} \right) = -\frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \quad (9)$$

上式左边为关于  $\rho$  的函数跟  $z$  无关, 右边为关

于  $z$  的函数与  $\rho$  无关。两者若相等则必有, 两边同等于一个常数, 设这一常数为  $-\mu$ , 故上式可整理为:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \mu Z = 0 \quad (10)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial K}{\partial \rho} \right) - \mu K = 0 \quad (11)$$

关于  $Z(z)$  的方程(10), 在  $r > R$  时, 即在海底的隆起范围以外的区域时, 海底  $z = -h$  处  $\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$ , 即

$\frac{\partial Z}{\partial z} = 0$ , 故方程(10)在非齐次边界条件下的解为,

$$Z(z) = ce^{\sqrt{-\mu}z} + de^{-\sqrt{-\mu}z} \quad (\mu < 0), \quad \text{则} \quad \frac{\partial Z}{\partial z} =$$

$$c\sqrt{-\mu}e^{\sqrt{-\mu}z} - d\sqrt{-\mu}e^{-\sqrt{-\mu}z} = 0, \text{ 设 } \frac{C}{2} = ce^{-\sqrt{-\mu}h} = de^{\sqrt{-\mu}h},$$

$\sqrt{-\mu} = k$  即  $-\mu = k^2$  代入方程(10)的解并整理得:

$$Z(z) = C \cosh k(h+z) \quad (12)$$

将  $-\mu = k^2$  并令  $s = k\rho$  代入方程(11)并经过整理后得:

$$s^2 \frac{d^2 K}{ds^2} + s \frac{dK}{ds} - s^2 K = 0 \quad (13)$$

此方程为贝塞耳方程, 解得:

$$K(k\rho) = cJ_0(k\rho) \quad (14)$$

式中,  $J_0(k\rho)$  为零阶第一类贝塞耳函数,  $c$  为常数。

将  $Q(\lambda)$ 、(12) 式和 (14) 式代入  $\varphi(\rho, \lambda, z) = K(\rho)Q(\lambda)Z(z)$  得:

$$\varphi = A \cosh k(h+z)J_0(k\rho) \quad (15)$$

其中,  $A = CcQ(\lambda)$ 。

将  $\phi(\rho, \lambda, z, t) = \varphi(\rho, \lambda, z)T(t)$  代入海面处的动力学条件(4)并整理得

$$\frac{1}{T} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = -\frac{g}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \text{ 令方程两边同等于某一常数}$$

$-\sigma^2$ , 则,  $\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \sigma^2 T = 0$ , 解得:

$$T(t) = D \sin(\sigma t + \varepsilon) \quad (16)$$

其中,  $D$  为常数,  $\sigma^2 = gk \tanh k(h+z)$ 。

将 (15) 式和 (16) 式代入  $\phi(\rho, \lambda, z, t) = \varphi(\rho, \lambda, z)T(t)$  得到在  $r > R$  时拉普拉斯方程的通解为  $\phi(\rho, \lambda, z, t) = E \cosh k(h+z)J_0(kr) \sin(\sigma t + \varepsilon)$ , 其中  $E = AD$ ,  $r = \rho$ 。将此式代入动力条件(2)式得到海啸波幅的解为:

$$\eta = \frac{\sigma E}{g} \cosh k(h+z) J_0(kr) \cos(\sigma t + \varepsilon) \quad (17)$$

在  $r < R$  时, 即在海底隆起的范围内的水体, 此部分水体同样满足拉普拉斯方程, 可应用同样的方法得到  $r < R$  时的海啸波幅的表达式为:

$$\eta' = \frac{mFJ_0(kr)e^{-mz}}{gk(gk \sinh kh + m^2 \cosh kh)} (gk \cosh kz - m^2 \sinh kz) \quad (18)$$

式中,  $m$  为海底的上升量  $B$  (如图 1) 相对于时间的上升率,  $F = \frac{1}{\sqrt{2}} BmR J_1(kR)$ ,  $J_1(kR)$  为一阶第一类贝塞耳函数。

应用内外解匹配的方法<sup>[10]</sup>对  $r < R$  和  $r > R$  时海啸波波幅进行匹配, 我们称  $r > R$  时波幅的解为外解,  $r < R$  时称为内解, 将内外解在  $r = R, z=0, t=0$  时匹配, 即  $\eta' = \eta$ , 于是得海面处的海啸波幅为:

$$\eta = \frac{BRJ_1(kR)}{2 \cosh kh} J_0(kr) \cos\left(\sigma t + \frac{\pi}{4}\right) \quad (19)$$

将  $J_0(kr) \cong \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \cos\left(kr - \frac{\pi}{4}\right)$  代入(19)式得:

$$\eta \cong \frac{BR}{2 \cosh kh} \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} J_1(kR) \cos\left(kr - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\sigma t + \frac{\pi}{4}\right) \quad (20)$$

由于海啸波是由许多不同的波所组成的群波, 现考虑所有波数所组成的群波的波形, 对上式从零到无穷大进行积分得:

$$\eta(r,t) \cong \frac{1}{2} \text{Re} \int_0^\infty \frac{BR}{2 \cosh kh} \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} J_1(kR) \times \left[ e^{i\left(kr - \sigma t - \frac{\pi}{2}\right)} + e^{i(kr + \sigma t)} \right] dk \quad (21)$$

利用驻相法<sup>[11]</sup>对上式进行积分得海啸波波幅的理论方程为:

$$\eta(r,t) \cong \frac{BR J_1(kR)}{r \cosh kh} \sqrt{\frac{\frac{d\sigma}{dk}}{k \left| \frac{d^2\sigma}{dk^2} \right|}} \cos\left(kr - \sigma t - \frac{\pi}{4}\right) \quad (22)$$

## 2 越洋海啸数值计算模式的建立

### 2.1 二维越洋海啸波传播数值计算模式的控制方程

越洋海啸为从远洋传播过来的海啸, 由于大洋的水深达数千米, 甚至上万米, 海啸波受到的底部摩擦力很小, 故海啸波可以在大洋中传播数千千米而能量衰减很小。越洋海啸模式采用包含频散项在

内的 Boussinesq 方程, 在方程中忽略摩擦力项的影响, 于是球面坐标系下越洋地震海啸的控制方程为:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{R \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} (N \cos \phi) + \frac{1}{R \cos \phi} \frac{\partial M}{\partial \lambda} = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{g(\eta+h)}{R \cos \phi} \frac{\partial \eta}{\partial \lambda} - fN - \frac{1}{R^2 \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ (\eta+h)^3 \left[ \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \frac{\cos \phi}{h} \frac{\partial N}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \frac{1}{h} \frac{\partial M}{\partial t} \right) \right] \right\} = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{g(\eta+h)}{R} \frac{\partial \eta}{\partial \phi} + fM - \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left\{ (\eta+h)^3 \left[ \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \frac{\cos \phi}{h} \frac{\partial N}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \frac{1}{h} \frac{\partial M}{\partial t} \right) \right] \right\} = 0 \quad (25)$$

式中,  $\eta$  为相对于平均海平面的自由表面位移;  $\phi$  为纬度;  $\lambda$  为经度;  $R$  为地球平均半径,  $R \cong 6371.004$  km;  $M$  为沿纬度单位宽度的通量;  $N$  为沿经度单位宽度的通量;  $f$  为科氏力系数,  $f = 2\omega \sin \phi$ ,  $\omega$  是地球自转角速度;  $g$  为重力加速度。

### 2.2 越洋海啸数值模式的计算方法

越洋海啸数值模式计算采用二维有限差分的 ADI 方法。即在前半个时段内先对连续方程和纬度方向运动方程联立隐式求解, 再对经度方向运动方程显式求解; 在后半个时段内先对连续方程和经度方向的运动方程联立隐式求解, 再对纬度方向的运动方程显式求解, 在下一个时段内照此显隐交替进行求解。在前半时间步长内, 对控制方程进行离散后:

$$\eta_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} = \eta_{i,j}^k - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{R \cos \phi_{i,j} \Delta \lambda} \left( M_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} - M_{i-\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{R \cos \phi_{i,j} \Delta \phi} \left( N_{i,j+\frac{1}{2}}^k \cos \phi_{i,j+\frac{1}{2}} - N_{i,j-\frac{1}{2}}^k \cos \phi_{i,j-\frac{1}{2}} \right) \quad (26)$$

$$M_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} = M_{i+\frac{1}{2},j}^k - \frac{1}{2} \frac{g \Delta t}{R \cos \phi_{i+\frac{1}{2},j} \Delta \lambda} \bar{H}_{i+\frac{1}{2},j}^k \left( \eta_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - \eta_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} \right) + \frac{1}{2} f \Delta t \bar{N}_{i+\frac{1}{2},j}^k + \frac{\Delta t}{12 R^2 \cos \phi_{i+\frac{1}{2},j} \Delta \lambda} X_{i+\frac{1}{2},j}^{k-\frac{1}{2}} \quad (27)$$

$$N_{i,j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} = N_{i,j+\frac{1}{2}}^k - \frac{1}{2} \frac{g \Delta t}{R} \bar{H}_{i,j+\frac{1}{2}}^k \left( \eta_{i,j+1}^k - \eta_{i,j}^k \right) - \frac{1}{2} f \Delta t \bar{M}_{i,j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{12 R^2 \Delta \phi} Y_{i,j+\frac{1}{2}}^{k-\frac{1}{2}} \quad (28)$$

式中,

$$\bar{H}_{i+\frac{1}{2},j}^k = \frac{\eta_{i,j}^k + \eta_{i+1,j}^k}{2} + \frac{h_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + h_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{2},$$

$$\bar{N}_{i+\frac{1}{2},j}^k = \frac{1}{4} \left( N_{i,j+\frac{1}{2}}^k + N_{i,j-\frac{1}{2}}^k + N_{i+1,j+\frac{1}{2}}^k + N_{i+1,j-\frac{1}{2}}^k \right)$$

$$X = \frac{(\eta+h)^3}{\cos\phi} \Big|_{i+\frac{3}{2},j} \left( F_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}}^{\bar{N}} - F_{i+\frac{3}{2},j-\frac{1}{2}}^{\bar{N}} \right) - \frac{(\eta+h)^3}{\cos\phi} \Big|_{i-\frac{1}{2},j} \left( F_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{\bar{N}} - F_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{\bar{N}} \right) + \frac{(\eta+h)^3}{\cos\phi} \Big|_{i+\frac{3}{2},j} \left( F_{i+\frac{3}{2},j}^M - F_{i+\frac{1}{2},j}^M \right) - \frac{(\eta+h)^3}{\cos\phi} \Big|_{i-\frac{1}{2},j} \left( F_{i+\frac{1}{2},j}^M - F_{i-\frac{3}{2},j}^M \right)$$

$$\bar{H}_{i,j+\frac{1}{2}}^k = \frac{\eta_{i,j+1}^k + \eta_{i,j}^k}{2} + \frac{h_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + h_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{2}$$

$$\bar{M}_{i,j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \left( M_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} + M_{i-\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} + M_{i-\frac{1}{2},j+1}^{k+\frac{1}{2}} + M_{i+\frac{1}{2},j+1}^{k+\frac{1}{2}} \right)$$

$$Y = \frac{(\eta+h)^3}{\cos\phi} \Big|_{i,j+\frac{3}{2}} \left( F_{i,j+\frac{5}{2}}^N - F_{i,j+\frac{1}{2}}^N \right) - \frac{(\eta+h)^3}{\cos\phi} \Big|_{i,j-\frac{1}{2}} \times$$

$$\left( F_{i,j+\frac{1}{2}}^N - F_{i,j-\frac{3}{2}}^N \right) + \frac{(\eta+h)^3}{\cos\phi} \Big|_{i,j+\frac{3}{2}} \times$$

$$\left( F_{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}^{\bar{M}} - F_{i-\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}}^{\bar{M}} \right) - \frac{(\eta+h)^3}{\cos\phi} \Big|_{i,j-\frac{1}{2}} \times$$

$$\left( F_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{\bar{M}} - F_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^{\bar{M}} \right)$$

$$F^{\bar{N}} = \frac{2\cos\phi}{h\Delta\phi\Delta t} \left( \bar{N}^{k+\frac{1}{2}} - \bar{N}^k \right),$$

$$F^M = \frac{1}{h\Delta\lambda\Delta t} \left( M^{k+\frac{1}{2}} - M^k \right)$$

$$F^N = \frac{\cos\phi}{h\Delta\phi\Delta t} \left( N^{k+\frac{1}{2}} - N^k \right),$$

$$F^{\bar{M}} = \frac{2}{h\Delta\lambda\Delta t} \left( \bar{M}^{k+\frac{1}{2}} - \bar{M}^k \right)$$

在后半步长内照此方法进行离散。

### 3 二维越洋海啸波传播数学模型的理论验证及应用

#### 3.1 模型的范围及网格的划分

利用越洋海啸计算模式,对发生在大洋中的地震海啸进行海啸波传播数值模拟。模拟范围为全球范围的各大洋,即75°N到75°S之间的整个区域。计算网格采用矩形网格,网格的划分取空间步长在经度纬度方向均为5°,即 $6371 \times \frac{5\pi}{180} = 555.7$  km,海底糙率采用 $n = 0.005$ 。

#### 3.2 模型的边界条件与初始条件

由于模拟的范围是全球的各大洋,全球各大洋是相通的,故模型的水边界是封闭的,即无水边界。陆边界为刚壁边界,即取法向速度为零。模型的初始条件的取值基于以下考虑:地震海啸,特别是比较大的越洋海啸的产生,是由于垂直滑动断层的上升或下降造成震源以上水体的竖向升高或下沉。作为近似,假定水面的升高与海底的隆起高度相等,将此作为海啸计算的初始条件,即假定初始时刻震源处水面有一涌高。

#### 3.3 海啸波传播模拟

假设在印度洋发生一海底地震,地震引发海啸。震源的地理位置(图2)在25°S,75°E,海水深度大约为4000 m,地震引起的海面初始涌高为2 m。通过越洋海啸数值模式的计算得到源点的海啸波的变化曲线如图3所示。由图3可以看出海啸波在源点附近波动的时间非常短,这符合地震海啸在源点的波动情况。根据海啸波的理论方程,计算得出的源点的波动曲线(图4),通过图3和图4可以看出海啸波幅基本相同。



图2 震源及验证点位置图

Fig. 2 Epicenter and validation points

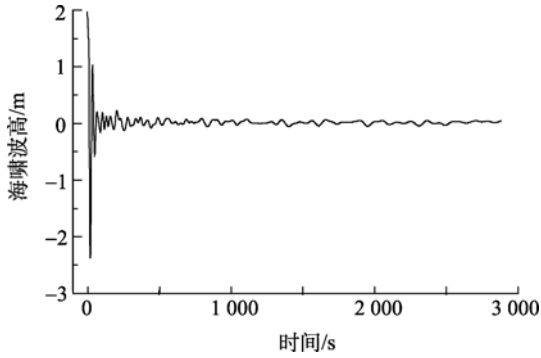


图3 数值计算得出的海啸波源点的波动曲线图  
Fig. 3 Numerical calculation of the epicenter wave

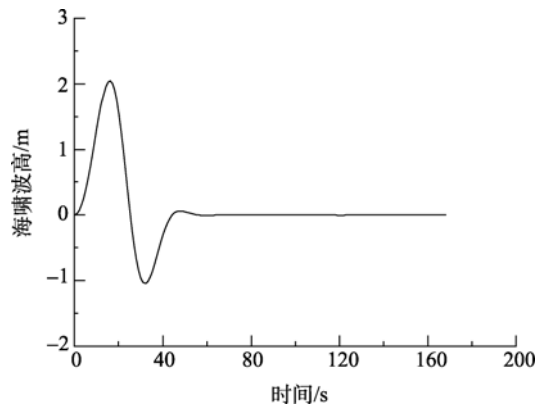


图4 理论方程得出的海啸波源点的波动曲线图  
Fig. 4 Theoretical equation of the epicenter wave

### 3.4 越洋海啸波传播模型的理论验证

在相距震源 4 km 处任取一验证点, 验证点的坐标为 5°S, 60°E, 如图 3 所示。通过越洋海啸数值模式的计算得到此点的海啸波的变化曲线为图 5 所示, 图 6 为由理论方程求得验证点处的海啸波的变化

曲线图, 比较图 5 和图 6 可以看出波动情况大致相同。

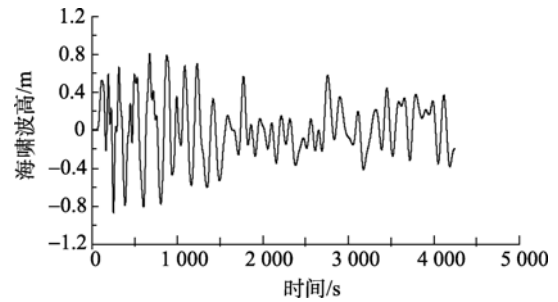


图5 数值计算得出的验证点的波动曲线图  
Fig. 5 Numerical calculation of the validation-point wave

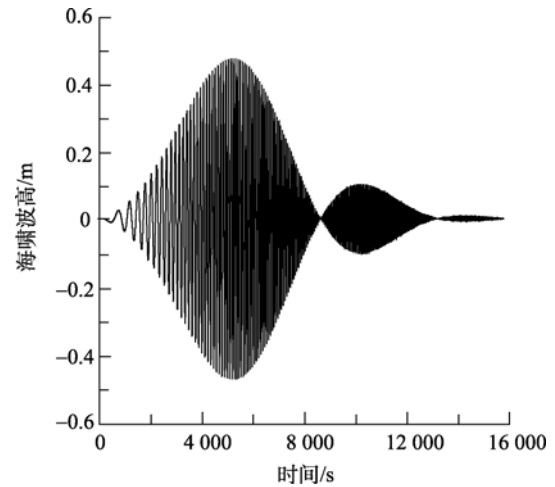


图6 理论方程求得的验证点的变化曲线图  
Fig. 6 Theoretical equation of the validation-point wave

### 3.5 海啸波的传播过程

图 7 为越洋海啸数值计算模式在第 1, 5, 10, 20,

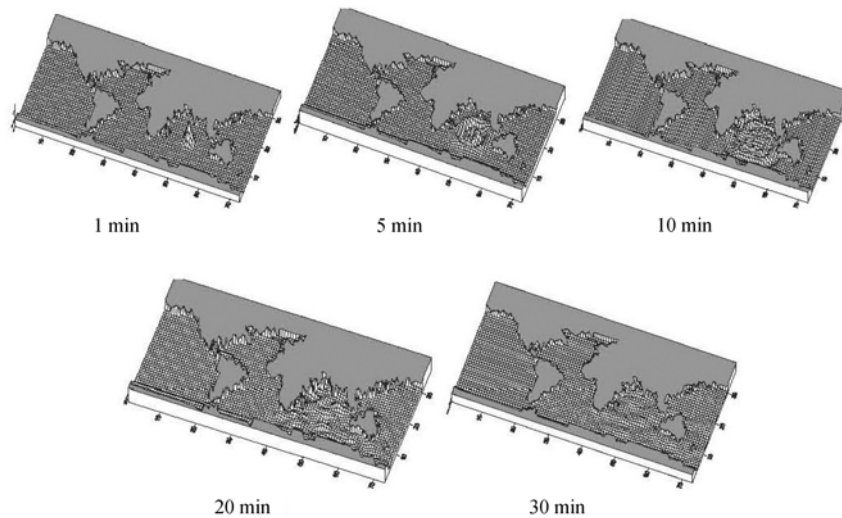


图7 海啸波三维立体图  
Fig. 7 3D stereo figure of tsunami wave

30 min 的计算结果,从海啸波三维立体图可以看出海啸波在全球海洋中的传播情况。

#### 4 结论

从海啸满足的拉普拉斯方程出发,应用内外解匹配的方法以及驻相法系统地推导了由地震引起的水面波动方程的解,即推导出了海底地震引起的海啸波传播的理论方程。建立了越洋海啸的数值计算模式,并对边界条件与初始条件进行了相应的处理。利用越洋海啸的数值计算模式和理论方程对发生在大洋中的地震海啸进行了计算,并对震源处以及验证点处的结果进行了验证,由理论方程与数值计算的验证结果可以看出,两种计算结果在数值与传播趋势上还是比较吻合的,为越洋海啸波在全球范围内的传播模拟提供了一种模拟方法。

参考文献:

- [1] 包澄澜,叶琳. 海啸灾害与预警[J]. 海洋预报, 2005, 22(1): 1-4.  
 [2] 于福江,叶琳,王喜年. 1994年发生在台湾海峡的一次

- 地震海啸的数值模拟[J]. 海洋学报, 2001, 23(6): 32-39.  
 [3] 祝会兵,于颖,戴世强. 海啸数值计算研究进展[J]. 水动力学研究与进展, 2006, 21(6): 714-723.  
 [4] 姚远,蔡树群,王盛安. 海啸波数值模拟的研究现状[J]. 海洋科学进展, 2007, 25(4): 487-494.  
 [5] 李伟,朱元清,王本龙,等. 海啸在冲绳海槽和东海浅水大陆架地形上产生和传播的数值模拟[J]. 地震地磁观测与研究, 2007, 28(5): 138-142.  
 [6] 温瑞智,公茂盛,谢礼立. 海啸预警系统及我国海啸减灾任务[J]. 自然灾害学报, 2006, 15(3): 1-7.  
 [7] 刘双庆,朱元清,薛艳,等. 多种海啸触发类型的流固耦合数值模拟初步研究[J]. 地震地磁观测与研究, 2007, 28(5): 130-137.  
 [8] 陈颀. 海啸的成因与预警系统[J]. 自然杂志, 2005, 27(1): 4-7.  
 [9] 易家训. 流体力学[M]. 章克本,张涤明,陈启强等译. 北京: 高等教育出版社, 1982. 464-469.  
 [10] 钱伟长. 奇异摄动理论及其在力学中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 1981. 87-131.  
 [11] 梅强中. 水波动力学[M]. 北京: 科学出版社, 1984. 22-39.

## Mathematical model of trans-tsunami wave propagation

LI Da-ming<sup>1</sup>, FU Qing-jun<sup>1</sup>, LI Rui<sup>2</sup>

(1. Tianjin University School of Civil Engineering, Key Laboratory of Harbor & Ocean Engineering Ministry of Education, Tianjin 300072, China; 2. West coast water management division, Water resource bureau of Qingdao city, Qingdao 266555, China)

Received: Nov., 19, 2008

Key words: trans-oceanic tsunami; earthquake tsunami; numerical simulation; method of Alternating Direction Implicit (ADI method)

**Abstract:** In this paper, we used the method of matching inner and out solutions and the stationary phased method to derive the solution of the wave equation in cylindrical coordinates for the water surface after earthquake, which is the theoretical equation of earthquake tsunami. We then applied this equation to calculate the trans-oceanic tsunami. Based on the Boussinesq equation, a 2D trans-oceanic tsunami wave propagation mathematical model was built, and was used to simulate the trans-ocean tsunami. In this model, the calculation was performed with the finite difference method, and the difference scheme with the Alternating Direction Implicit, that is ADI method. With the trans-ocean tsunami numerical calculation model, an earthquake tsunami was calculated; and the results were in good consistency with that of the earthquake-induced wave calculated by the theoretical wave equation for water surface.

(本文编辑: 刘珊珊)